

Efektywny wibroizolator siedziska maszynisty

W pracy przedstawiono nowe podejście w projektowaniu optymalnego siedziska maszynisty. Podejście to bazuje na teorii regulatorów przystosowujących się do zakłóceń, która pozwala opracować zamknięty wielowymiarowy układ wibroizolacji, monitorujący w czasie rzeczywistym siedzisko maszynisty pojazdu szynowego. Przedstawione wyniki obliczeń potwierdziły efektywność zaprezentowanej metody, wyrażoną zwiększeniem stabilności obiektu sterowanego.

1. Wstęp

Coraz powszechniejsze stosowanie dużych prędkości na kolei wymaga rozwiązania szeregu nowych zadań, związanych m.in. z wdrożeniem różnorodnych systemów sterowania do układu tor- pojazd szynowy.

W ostatnim trzydziestoleciu pojawiła się znaczna ilość wybitnych prac poświęconych dynamice taboru kolejowego. Równoległe z badaniami teoretycznymi prowadzone były prace eksperymentalne. W przeważającej większości tych prac, procesy zachodzące w układzie mechanicznym tor-pojazd traktowane są w sposób tradycyjny, pomijający zagadnienia sterowania optymalnego. Tymczasem z punktu widzenia dynamiki pojazdu szynowego największą wartość praktyczną mają badania dotyczące zastosowania sterowania optymalnego do konstruowania układów zawieszzeń jego nadwozia.

Artykuł traktuje o jednym z nowych i najrzadziej poruszanych problemów mechaniki transportu kolejowego, który dotyczy budowy regulatora przystosowanego się do zakłóceń (RPZ) i utrzymującego siedzisko maszynisty w stanie równowagi.

2. Zasady pracy regulatora w zadaniach stabilizacji

Nie zapominając, że większość procesów w układzie tor-pojazd szynowy ma charakter nieliniowy, w wielu zadaniach dotyczących syntezy układów zawieszania można uzyskać zadowalające rozwiązania, wykorzystując liniową teorię sterowania optymalnego, przy czym jako wskaźnik jakości procesu drgań wygodnie jest stosować kwadratową funkcję współrzędnych, prędkości i przyspieszeń pudła i wózka wagonu.

Przyjęto, że wibrator siedziska maszynisty jest opisany układem linearyzowanych równań zmiennych stanu o postaci [1]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ - wektor stanu obiektu,

$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_r)$ - wektor sygnałów wejściowych,

$\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_p)$ - wektor zakłóceń działających na obiekt,

$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m)$ - wektor sygnałów wyjściowych.

Macierze \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{F} i \mathbf{C} w równaniach (1) i (2) określone są następująco:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & -\gamma\lambda \\ (1-s)(1-\tau)\alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \gamma \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1, 0, 0] \quad (3)$$

gdzie: $\lambda, \alpha, s, \gamma$ i τ są parametrami bezwymiarowymi, charakteryzującymi masę, bezwładność, przemieszczenie, dyssypację i sztywność siedziska maszynisty.

Przyjęto również, że „wyjściami” wibratora, traktowanego jako obiekt sterowania, są te zmienne, które mogą być mierzone bezpośrednio w czasie rzeczywistym. Klasa rozpatrywanych zakłóceń występujących w równaniach (1) i (2) określana jest populacją wszystkich funkcji zakłóceń o strukturze falowej $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), \dots, w_p(t)]$, które można modelować równaniami stanu zakłóceń o ogólnej postaci linearyzowanej [1]:

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{G}\mathbf{z} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{D}\mathbf{z} + \boldsymbol{\sigma}(t) \quad (5)$$

gdzie wektor $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_p)$ jest wektorem stanu zakłócenia \mathbf{w} .

Macierze \mathbf{G} i \mathbf{D} są zadane. Macierz \mathbf{D} w równaniu (5) spełnia rolę kluczową, gdyż odzwierciedla pełną gamę ruchów falowych rejestrowaną w badaniach doświadczalnych $\mathbf{w}(t)$. Macierz \mathbf{G} jest liniową kombinacją funkcji bazowych $\{z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)\}$, generowanych równaniem (5) w celu formowania układu rzeczywistych składowych zakłóceń $\{w_1(t), \dots, w_p(t)\}$ [4]. Podobnie macierz \mathbf{F} w równaniu (1) pokazuje, że każda składowa zakłócenia $w_i(t)$ stanowi element równania dynamiki obiektu.

Rozważono również funkcjonal (wskaźnik jakości):

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [\langle \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{Q}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) \rangle + \langle \mathbf{u}(t), \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) \rangle] dt \quad (6)$$

w którym macierz \mathbf{Q} jest dodatnio półokreśloną, \mathbf{R} jest macierzą dodatnio określoną a T jest zadane.

Budowa regulatora w zadaniach stabilizacji polega na wyznaczeniu sterowania optymalnego minimalizującego funkcjonal (6). Zadanie to można rozwiązać wykorzystując metodę Pontriagina, której istotę stanowi zasada maksimum [2]. Hamiltonian H dla systemu (1) i funkcjonału (6) ma postać:

$$H = \frac{1}{2} \langle \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{Q}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) \rangle + \frac{1}{2} \langle \mathbf{u}(t), \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) \rangle + \langle \mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{p}(t) \rangle + \langle \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t) \rangle \quad (7)$$

Dodatkowy wektor $\mathbf{p}(t)$ stanowi rozwiązanie wektorowego równania różniczkowego:

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}(t)} \quad (8)$$

które sprowadza się do postaci:

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = -\mathbf{Q}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}'\mathbf{p}(t) \quad (9)$$

Dla trajektorii optymalnej musi być spełniona równość:

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}(t)} = \mathbf{0} \quad (10)$$

Zatem:

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}(t)} = \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}'\mathbf{p}(t) = \mathbf{0}. \quad (11)$$

Z równania (11) otrzymuje się:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{p}(t) \quad (12)$$

Następny etap rozważań sprowadza się do znalezienia zredukowanych równań kanonicznych. W tym celu podstawiono równanie (12) do równania (1):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{p}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (13)$$

Równania (13) i (9) stanowią zredukowane równania kanoniczne.

Wprowadzono teraz nową macierz $\mathbf{S}(t)$, zdefiniowaną następująco:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \quad (14)$$

przy czym $\mathbf{S}(t)$ jest macierzą symetryczną o wymiarze $n \times n$.

Wektor $\mathbf{p}(t)$ i stan $\mathbf{x}(t)$ są związane równaniem o postaci:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t), \quad t \in [t_0, T] \quad (15)$$

Wyznaczono macierz $\mathbf{K}(t)$ rozpoczynając od zróżniczkowania względem czasu zależności (15):

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \dot{\mathbf{K}}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) \quad (16)$$

Z równań (9) i (13) oraz po uwzględnieniu równania (14) otrzymano się:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{S}\mathbf{p}(t) \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = -\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) - \mathbf{A}'\mathbf{p}(t) \quad (18)$$

Podstawiając równanie (15) do równania (17) otrzymujemy zależność:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{S}\mathbf{K}(t)]\mathbf{x}(t) \quad (19)$$

Z równań (19) i (16) uzyskuje się:

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = [\dot{\mathbf{K}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{A} - \mathbf{K}(t)\mathbf{S}\mathbf{K}(t)]\mathbf{x}(t) \quad (20)$$

Podstawiając równanie (15) do równania (18) otrzymujemy się:

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = [-\mathbf{Q} - \mathbf{A}'\mathbf{K}(t)]\mathbf{x}(t) \quad (21)$$

Z porównania równań (20) i (21) wynika, że równość:

$$[\dot{\mathbf{K}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{A} - \mathbf{K}(t)\mathbf{S}\mathbf{K}(t) + \mathbf{A}'\mathbf{K}(t) + \mathbf{Q}]\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (22)$$

obowiązuje dla wszystkich $t \in [t_0, T]$. Biorąc pod uwagę, że równanie (22) musi być spełnione bez względu na wybór stanu początkowego, macierz $\mathbf{K}(t)$ nie zależy od zmiennej $\mathbf{x}(t)$, a to oznacza, że musi spełniać macierzowe równanie różniczkowe:

$$\dot{\mathbf{K}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{A} + \mathbf{A}'\mathbf{K}(t) - \mathbf{K}(t)\mathbf{S}\mathbf{K}(t) + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (23)$$

Uwzględniając, że $\mathbf{S} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'$, równanie (23) można zapisać w postaci:

$$\dot{\mathbf{K}}(t) = -\mathbf{K}(t)\mathbf{A} - \mathbf{A}'\mathbf{K}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{K}(t) - \mathbf{Q} \quad (24)$$

Z równania (24) wynika podstawowa zasada pracy regulatora przystosowującego się do zakłóceń.

3. Zastosowanie przedstawionej metodyki w projektowaniu optymalnego siedziska maszynisty

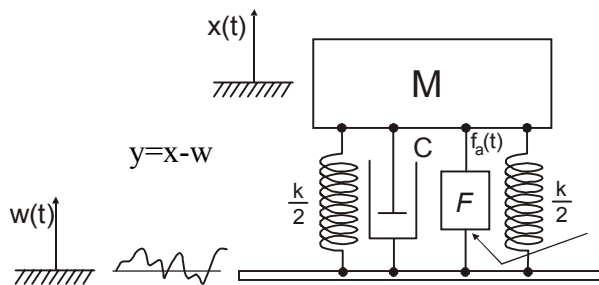
Znalezienie sterowania optymalnego wymaga określenia macierzy kwadratowej $\mathbf{K}(t)$, spełniającej macierzowe równanie różniczkowe (24).

Wyjściowym dla modelu wibratora siedziska maszynisty, przedstawionego na rysunku 1, jest układ równań różniczkowych (1) i (2). Zgodnie z wyrażeniem (3) i wskaźnikiem jakości (6) równanie macierzowe (24) przyjmie następującą formę rozwiniętą:

$$\begin{aligned} \dot{K}_{11} &= -2\lambda\lambda_{11} + 2\lambda(1-s)(1-\lambda)K_{12} - (\lambda_1 K_{11} + K_{12})^2 + 1, \\ \dot{K}_{12} &= \lambda K_{11} - (\alpha + \lambda)K_{12} + \alpha(1-s)(1-\tau)K_{22} - (\lambda_1 K_{11} + K_{13})(\lambda K_{12} + K_{23}), \\ \dot{K}_{22} &= \lambda(\lambda K_{12} - \lambda K_{22}) - (\lambda K_{12} + K_{23})^2 + q_2, \\ \dot{K}_{23} &= \lambda K_{13} - \gamma \lambda K_{12} - (\alpha + \gamma)K_{23} - (\lambda K_{13} + K_{33})(\lambda K_{12} + K_{23}), \\ \dot{K}_{33} &= -2\gamma(\lambda K_{13} + K_{23}) - (\lambda K_{13} + K_{33}) + q_3. \end{aligned} \quad (25)$$

Wychodząc z założenia, że aktywne układy wibroizolacji efektywnie absorbują zakłócenia nieokreślone w niskim zakresie częstotliwości drgań, w obliczeniach przyjęto [5,6 i 7] następujące wartości parametrów wchodzących w układ równań (25):

$$\alpha = 0,6, \quad \gamma = 0,4, \quad \lambda = 4, \quad \tau = 2.$$



Rys. 1. Model wibratora siedziska maszynisty z aktywną absorpcją zakłóceń

W charakterze zakłóceń rozważono funkcję $w(t)$, która jest rozwiązaniem układu równań różniczkowych o postaci:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}}(t) &= \mathbf{D}\bar{z}(t) \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \sigma_1(t) \\ \dot{z}_2 &= \sigma_2(t) \end{aligned} \quad (26)$$

gdzie: $\sigma_1(t), \sigma_2(t)$ są dyskretnymi ciągami impulsów o nieznannej intensywności i nieznanymi momentach występowania. Impulsy $\sigma_1(t), \sigma_2(t)$ generują pojedyncze nieznanne skoki odcinkowo-liniowego zakłócenia $w(t)$ [3]. Macierz \mathbf{D} w równaniu (26) przyjmie postać:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

W przypadku pełnej absorpcji zakłóceń sygnał sterujący $u(t)$ wyrażony jest następująco [1]:

$$u(t) = -\Gamma_1 \bar{z}(t) - \Gamma_2 \bar{x}(t) \quad (28)$$

gdzie: $\bar{z}(t)$ i $\bar{x}(t)$ określają oceny bieżące zmiennych $z(t)$ i $x(t)$.

Zgodnie z równaniem (3) i równaniem wektorowym

$$\dot{z} = \mathbf{D}z + \sigma(t) \quad (29)$$

gdzie:

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

do oceny $\bar{x}(t)$ i $\bar{z}(t)$ można wykorzystać następujące równania:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \mathbf{A}\bar{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{F}\mathbf{G}\bar{z}(t) \quad (31)$$

$$\dot{z}(t) = \mathbf{D}z(t). \quad (32)$$

Schemat blokowy układu generującego zmienne stanu i zakłócenia, opisanego równaniami (31) i (32) przedstawiono na rysunku 2.

Korzystając z doświadczeń sterowania optymalnego [2] i uwzględniając specyfikę siedziska maszynisty układ równań (25) został rozwiązany przy $q_2 = 1, q_3 = 5, T = 4s$ i kroku całkowania równym $0,01 s$. Otrzymano następujące wartości współczynników wzmocnienia:

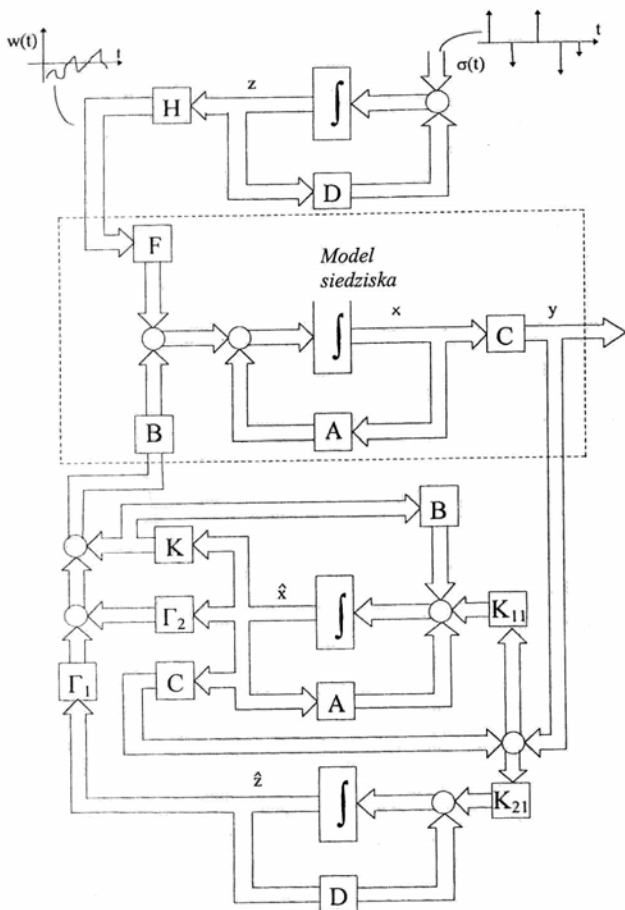
$$\begin{aligned} K_{11} &= 0,99, \quad K_{12} = 0,191, \quad K_{13} = -0,469, \\ K_{22} &= 1,46, \quad K_{23} = -1,253, \quad K_{33} = 3,74. \end{aligned}$$

Podstawienie otrzymanych wartości współczynników wzmocnienia do równania macierzowego (13) prowadzi do przesunięcia pierwiastków jego równania charakterystycznego w lewej półpłaszczyźnie zespolonej. A to oznacza, że zastosowana w artykule metoda sterowania optymalnego prowadzi do zwiększenia stabilności siedziska maszynisty i tym samym gwarantuje skończoną i minimalną wartość funkcjonału jakości J_1 . Innymi słowy, ujemne części rzeczywiste wartości własnych równania charakterystycznego zapewniają stabilność układu regulacji siedziska maszynisty bez względu na to, czy samo siedzisko jest stabilne, czy też nie.

4. Zakończenie

Projektowanie układów wibroizolacji, optymalnych ze względu na wydatek energii, dla pojazdów szynowych napotyka na duże trudności, związane z wyznaczeniem prawa sterowania optymalnego i praktyczną realizacją optymalnych układów regulacji.

Stosując falową interpretację zakłóceń zewnętrznych, w artykule przedstawiono nowe algorytmy obliczeń analitycznych stabilności siedziska maszynisty, oparte na współczesnej teorii regulatorów przystosowanych do zakłóceń. Otrzymane wartości współczynników wzmocnienia potwierdziły poprawność prowadzonych badań, zmierzających do budowy regulatora optymalnego, utrzymującego siedzisko maszynisty w stanie równowagi przy uwzględnieniu zakłóceń nieokreślonych.



Rys.2. Schemat blokowy układu generującego zmienne stanu i zakłócenia

LITERATURA

- [1] Cisowski T.: *Optymalne sterowanie układów wibroizolacji pojazdów szynowych w obecności zakłóceń nieokreślonych*. *Pojazdy Szynowe* Nr 4/2005.
- [2] Athans M., Falb P.L. : *Sterowanie optymalne*. WNT, Warszawa 1969.
- [3] Cisowski T.: *Zakłócenia w sterowaniu układu dynamicznego tor-pojazd szynowy*. *Pojazdy Szynowe* Nr 2/2003.
- [4] Johnson C. D. : *Theory of Disturbance-Accommodating Controllers*. Chapter in the book, *Control and Dynamic Systems; Advances in Theory and Applications, Vol. 12*, edited by C. T. Leondes, Academic Press., Inc., New York 1976.
- [5] Cisowski T.: *Совершенствование систем управления колебаниями подвижного состава железных дорог*. *Rozprawa habilitacyjna*, МИИТ, Moskwa 2001.
- [6] Галиев И.И.: *Виброзащита подвижного состава и локомотивных бригад на основе упругих механических систем со знакопеременной упругостью*. *Динамика систем, механизмов и машин: Материалы IV междунар. науч.-техн. конф. Омский гос. ун-т путей сообщения*. Омск 2002.
- [7] Mescheryakov V. B.: *Shock interaction of a wheel couple with a railway*. *Proceedings of the 2nd mini conference on CONTACT MECHANICS AND WEAR OF RAIL/WHEEL SYSTEMS*. Budapest 1996.