

Determination of bendings of axle with journal with dimensions of $\varnothing 120 \times 179$ mm of freight wagon wheelsets

Określenie ugięć osi z czopem o wymiarach $\varnothing 120 \times 179$ mm zestawów kołowych wagonów towarowych

The article presents the analytical determination of axle bendings with the journal dimensions of $\varnothing 120 \times 179$ mm, used in the running gear systems of freight wagons of 1XTa type and Y25 family with variants. The results of calculations of the bending arrows in the individual sectors of the axle are presented together with their assessment and comparison to the applicable criteria which were taken based on the currently applicable European regulations. Calculations of transverse vibrations frequencies acting on the wheelset axle are also presented.

W artykule opisano analityczne wyznaczanie ugięć osi o wymiarach czopa $\varnothing 120 \times 179$ mm zastosowanej w układach biegowych wagonów towarowych typu 1XTa oraz rodziny Y25 z odmianami. Następnie, przedstawiono wyniki obliczeń dotyczące wartości ugięć w poszczególnych sektorach osi wraz z ich oceną i porównaniem do obowiązujących kryteriów zamieszczonych w przepisach europejskich. Zamieszczono również obliczenia częstotliwości drgań giętnych występujących w oś zestawu kołowego.

1. INTRODUCTION

The issue of axle load capacity was presented in the studies [1÷5]. This article is a continuation of these studies. The study [1] presents the calculations of the wheelset axle load capacity in the form of stresses in the individual sectors of the wheelset axle with the journal of $\varnothing 120 \times 179$ mm. Determination of the load capacity of the axle with journal of $\varnothing 120 \times 179$ mm (ability to carry the operational loads) was performed by the analytical method. The calculations were made based on the methodology presented in the European standard PN-EN 13103-1:2017 (E) [14], which still replaced the applicable PN-EN 13103+A2:2012 [13] standards (methodology for calculating the rolling axles) and PN-EN 13104+A2:2013 [16] (methodology for calculating the strength of traction axles). However, the above mentioned standard does not provide the methodology for calculating the wheelset axle bendings so as to maintain the dimension of 1360 ± 3 mm. It can be concluded that stresses in the axle structure resulting from the operation of operational loads are not the only criterion for assessment of the axle load capacity. The wheelset equipped with the axle with journal of 120×179 mm has the dimension of A_z in the not built - up condition, amounting to 1360^{+2} mm in accordance with the structure documentation and in accordance with point 1.6 of UIC 510-2 leaflet [9]. According to this point for the wheelsets with external bearings (the case under consideration) or with the internal bearings (other running vehicles), the nominal dimension of distance of the inner wheel rims in new condition or in the case of reprofiled rims in the unloaded condition must have a tolerance field of ± 1 mm so that the dimension can be maintained during operation:

- maximum 1363 mm
 - minimum 1357 mm for wheelsets with wheels with diameter of $D=1000$ mm to $d=840$ mm
- and
- maximum 1363 mm
 - minimum 1359 mm for wheelsets with wheels with diameter of $D=840$ mm to $d=330$ mm.

These dimensions include exceedances caused by elastic and permanent deformations occurring in the operation. In addition, the dimensions of both wheel discs are required. As can be seen from the above, the axle must have a specific stiffness to be able to keep A_z dimension within the required limits specified by the UIC 510-2 leaflet [9]. Fatigue strength on both sides bending of axle of P35N according to PN-64/H-84027 [21], PN-84/H-84027/03 [22], A1N according to UIC 811-1 [12] and EA1N according to PN-EN 13261+A1:2011 is $Z_{go}=200$ MPa [17], while if the axle is surface strengthened in accordance with OW-1166/1 [23], then this value increases to $Z_{go}=240$ MPa, which

was presented in the study [6]. In terms of dimensions, the axle meets the interchangeability requirements according to UIC 510-1 [8].

2. CALCULATIONS

2.1. Description of calculation methodology

The calculation methodology for the calculations of deflections (deflection arrows) in the individual axle cross-sections **is not presented** in the European standard PN-EN 13103-1:2017 (E) [14] is based on the methodology presented in UIC 515-3 leaflet[10]. UIC 515-3 [10] was developed based on the report ORE/ERRI/B136/RP/11/D Frage 136, Bericht 11[13].

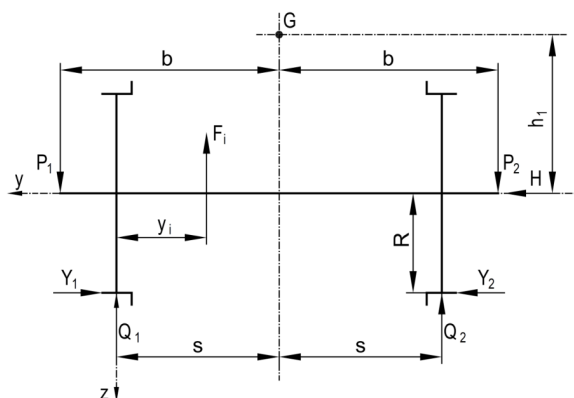


Fig. 1. Diagram of the operating forces F_1 , Q_1 , P_1 , Y_1 and F_2 , Q_2 , P_2 and Y_2 and H acting on the rolling wheelset of freight wagon according to PN-EN 13103-1:2017(E) [15]

Legenda:/Legend:

G - środek ciężkości (masy) wagonu wg [1, 24? 31]/ centre of gravity (mass) of the wagon according to [1, 24? 31],

h - wysokość środka ciężkości (środka masy) w stosunku do osi symetrii zestawu kołowego [1, 24? 31]/ height of the centre of gravity (centre of mass) in relation to the axis of symmetry of the wheelset [1, 24? 31],

R - promień toczny koła/ wheel rolling radius,

$2b$ - odległość pomiędzy umownymi środkami maźnic/ distance between agreed centres of axle boxes,

$2s$ - odległość pomiędzy kęrami tocznymi kół/ distance between the rolling circles of wheels.

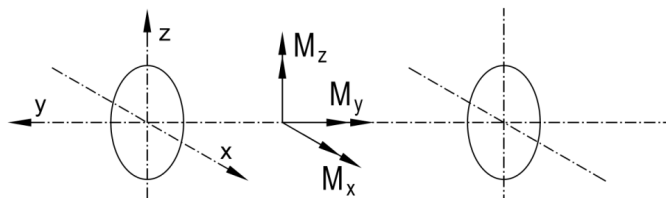


Fig. 2. Coordinate system that is used to determine the moments of forces M_x , M_y and M_z loading the axle of a rolling wheelset used in the freight car according to PN-EN 13103-1:2017 [15]

The following symbols were used in the calculations (see Fig.1? 3 [1]):

m_1 (kg) - masa przypadająca na jeden zestaw kołowy/ mass per a wheelset

m_2 (kg) - masa jednego kompletnego zestawu kołowego (nie omaźnicowanego)/ mass of one complete wheelset (without axle-box)

m_1+m_2 (kg) - masa pojazdu odpowiadająca naciskowi zestawu kołowego na tor/ vehicle mass corresponding to the wheelset's load on the track.

P (N) – nacisk koła zestawu kołowego na tor w stanie statycznym/ wheelset wheel load on track in static state:

$$P = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (1),$$

F (N) - nacisk zestawu kołowego na tor w stanie statycznym/ wheelset load on track in static state,

P_0 (N) - siła statyczna przypadająca na jeden czop osi zestawu kołowego, jeśli zestaw kołowy jest obciążony symetrycznie $P_0=m_1/2g$ / static force per one wheelset axle journal, if the wheelset is loaded symmetrically $P_0=m_1/2g$,

P_1 (N) - siła pionowa działająca na lewy czop podczas ruchu pojazdu z największym obciążeniem/ vertical force acting on the left journal during the motion of the vehicle with the greatest load,

P_2 (N) - siła pionowa działająca na prawy czop podczas ruchu pojazdu z najmniejszym obciążeniem/vertical force acting on the right journal during the motion of the vehicle with the least load,

- Y_1 (N) – pozioma siła występująca między obrzeżem lewego koła, a szyną po stronie bardziej obciążonego czopa/ horizontal force occurring between the rim of the left wheel and the rail on the side of the more loaded journal,
- Y_2 (N) - pozioma siła, występująca między obrzeżem prawego koła, a szyną po stronie mniej obciążonego czopa/ horizontal force occurring between the rim of the right wheel and the rail on the side of the less loaded journal,
- H (N) - pozioma siła działająca w osi zestawu kołowego równoważąca działanie sił Y_1 i Y_2 ; siła ta w literaturze fachowej nazywana jest również siłą łożyskową/ horizontal force acting on the wheelset axis to balance the forces of Y_1 and Y_2 ; this force in professional literature is also called bearing force,
- Q_1 (N) - pionowa reakcja szyny na koło, położona po stronie bardziej obciążonego czopa osi/ vertical reaction of the rail on the wheel located on the side of the more loaded axle journal,
- Q_2 (N) - pionowa reakcja szyny na koło, położona po stronie mniej obciążonego czopa osi/ vertical reaction of the rail on the wheel located on the side of the less loaded axle journal,
- F_i (N) - siły wywierane przez masy elementów nieusprężynowanych, znajdujących się na części środkowej osi/ forces applied by the masses of the nonsuspended elements located on the central part of axle,
- F_f (N) - maksymalny nacisk wstawek klocków hamulcowych na koło/ maximum pressure of brake-shoe inserts on the wheel,
- M_x (N) - moment zginający, wynikający z oddziaływania mas/ bending moment resulting from the action of masses,
- M_x' i M_z' (N·mm) - moment zginający, wynikający z hamowania/ bending moment resulting from the braking,
- M_y i M_y' (N·m) - moment skręcający, wynikający z hamowania/ the torsional moment resulting from braking,
- M_X oraz M_Z (N·mm) - suma momentów zginających w płaszczyźnie X oraz Z/ the sum of bending moments in the X and Z planes,
- M_R (N·mm) – momenty sił sumaryczne/ moments of total forces,
- $2b$ (mm) - odległość między punktami przyłożenia sił, działających na czopy osi/ distance between the points of application of forces acting on the axle journals,
- $2s$ (mm) - odległość między okręgami tocznymi kół zestawu kołowego/ distance between wheel rolling circles of wheelset,
- h_1 (mm) - wysokość położenia środka ciężkości (środku masy) ponad osią zestawu kołowego/ height of the centre of gravity (centre of mass) position above the axle of the wheelset,
- y_i (mm) - odległość między płaszczyzną obwodu tocznego i miejscem działania siły F_i / distance between the plane of the rolling circle and the place of force F_i application,
- y (mm)- odległość odciętej dowolnego przekroju osi liczona od płaszczyzny działania osi P_1 / distance of the abscissa of any axle cross-section calculated from the plane of operation of the P_1 axle,
- μ [-] - średni współczynnik tarcia/ average coefficient of friction,
- σ (MPa) - naprężenie obliczone dla poszczególnych przekrojów osi/ stress calculated for the individual axle cross-sections,
- K [-] - współczynnik koncentracji naprężeń wynikający ze zmiany kształtu osi/ stress concentration coefficient resulting from the change in the shape of the axle,
- R (mm) - nominalny promień koła zestawu w okręgu tocznym (tzw. promień toczny)/ nominal radius of the wheelset in the rolling circle (so-called rolling radius),
- d (mm) - mniejsza średnica osi w przekrojach charakteryzujących się przejściem jednej średnicy w drugą/ smaller axle diameter in cross-sections characterized by the transition of one diameter into other,
- D (mm) - większa średnica osi w przekrojach charakteryzujących się przejściem jednej średnicy w drugą/ larger axle diameter in cross-sections characterized by the transition of one diameter into other,
- r (mm) - promień przejściowy między jedną średnicą a drugą służący do określenia współczynnika „K”/ transition radius between one diameter and the other used to determine „K” coefficient,
- S - współczynnik bezpieczeństwa, charakteryzujący ryzyko lub niepewność, co do przyjętych wartości obciążeń w zestawieniu z rzeczywistymi obciążeniami pojawiającymi się w eksploatacji i w przypadku osi tocznych $S=1,2$; dla porównania w przypadku osi trakcyjnych

współczynnik bezpieczeństwa wynosi $S=1,5$ / safety coefficient characterizing the risk or uncertainty, as for the assumed load values in comparison with the actual loads occurring in operation and in the case of rolling axles $S=1,2$; for comparison, in the case of traction axles the safety coefficient is $S=1,5$.

E-moduł Younga, dla stali przyjęto na poziomie $2,1 \cdot 10^5$ MPa/ Young's modulus, for steel adopted at the level of $2,1 \cdot 10^5$ MPa

Output data for calculating the strength of the wheelset axle:

$m_1+m_2 = 20\ 000$ kg

$m_1 = 18\ 899$ kg

$m_2 = 1101$ kg (adopted on the basis of construction documentation).

Table 1 presents the characteristics of selected cross-sections for axles with journal of $\varnothing 120 \times 179$ mm with forces, moments of loads loading the axle and stresses in the individual axle cross-sections [1].

**Zestawienie charakterystyk wybranych przekrojów osi zestawu kołowego z czopem $\varnothing 120 \times 179$ mm, momentów obciążających oraz naprężeń w poszczególnych przekrojach/
List of characteristics of the selected cross-sections of wheelset axle with journal $\varnothing 120 \times 179$ mm, loading moments and stresses in individual sections**

Tablica 1/ Table 1

Lp.N	Parametr/Parameter	CZĘŚĆ OSI ZESTAWU KOŁOWEGO/ PART OF WHEELSET AXLE			
		Czop/ Journal	Przedpiaście/ Axle collar	Przekrój osadzenia koła/ Wheel embedment cross-section	Zapiaście/NAWF
1.	Średnica nominalna przekroju d [mm]/Nominal diameter of the cross-section d [mm]	120	146	185	160
2.	Średnica zewnętrzna piasty koła [mm]/outer diameter of wheel hub [mm]	D=240			
3.	Powierzchnia przekroju F [mm ²]/ Cross-section area F [mm ²]	11 309,7	16 741,5	26 880,2	20 106,1
4.	Moment bezwładności I [mm ⁴]/ Moment of inertia I [mm ⁴]	10 178 760,2	22 303 926,3	57 498 339,3	32 169 908,7
5.	Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie W_x [mm ³]/ Index of bending cross-section strength W_x [mm ³]	169 646	305 533	621 606	402 123
6.	Wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie W_0 [mm ³]/ Index of torsion cross-section strength W_0 [mm ³]	339 292	611 066	1 243 211	804 247
7.	Ramię siły P_1 oraz F_f [mm]/ Arm of force P_1 and F_f [mm]	89	160	375	430,9
8.	Ramię siły Q_1 [mm]/ Arm of force Q_1 [mm]	0	0	125	180,9
9.	Siła P_1 [N]/Force	145631			
10.	Siła Q_1 [N]/ Force Q_1 [N]	164078			
11.	Siła P_2 [N]/ Force P_2 [N]	86117			

12.	Siła Q_2 [N]/ Force P_2 [N]	67669			
13.	Siła Y_1 [N]/ Force Y_1 [N]	55619			
14.	Siła Y_2 [N]/ Force Y_2 [N]	27809			
15.	Siła H [N]/ Force H [N]	27810			
16.	Siła F_f [N]/ Force F_f [N]	29430			
17.	Moment M_x od siły P_1 [N? mm]/ Moment M_x from force P_1 [N? mm]/	12 961 159	23 300 960	54 611 625	62 752 398
18.	Moment zginający M_x od siły Q_1 [N? mm]/ Bending moment M_x from force Q_1 [N? mm]	0	0	-20 509 750	-27 302 579,2
19.	Moment zginający od siły hamulcowej M_x [N? mm]/ Bending moment from braking force M_x [N? mm]	261 927	470 880	735 750	735 750
19.	Moment zginający od siły hamulcowej M_z [N? mm]/ Bending moment from braking force M_z [N? mm]	$l_1=89$	$l_2=160$	$l_3=375$	$l_4=416,4$
		2 619 270	4 708 800	7 357 500	7 357 500
20.	Moment skręcający od sił hamulcowych M_y [N? mm]/ Torsional moment from braking forces M_y [N? mm]	0	0	13 537 800	13 537 800
21.	Moment zredukowany MR [N? mm]/ Reduced moment MR [N? mm]	13 479 936	24 233 720	38 092 847	39 329 381
22.	Współczynnik karbu K_f [-]/Notch coefficient K_f [-]	1,014	1,22	1	1,012
23.	Naprężenia bez uwzględnienia współczynnika K_f [N/mm ²]/ Stresses without taking into account the coefficient K_f [N/mm ²]/	79,03	77,80	61,3	97,8
24.	Naprężenia z uwzględnieniem współczynnika K_f [N/mm ²]/ Stresses with taking into account the coefficient K_f [N/mm ²]/	82,21	96,76	61,3	99
25.	Granica zmęczenia Z_{go} [N/mm ²] materiału EA1N/ Fatigue limit Z_{go} [N/mm ²] of EA1N material	200	200	120	200
26.	Współczynnik bezpieczeństwa S [-]/Safety coefficient S [-]	1,2			

27.	Napężenia dopuszczalne σ_{dop} [N/mm ²]/ Permissible stresses $e \sigma_{dop}$ [N/mm ²]	166	166	100	166
28.	Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa S [-]/Actual safety coefficient S [-]	2,1	1,71	1,63	1,76

NAWF*- The axle part near the axle wheelset fillet

For the results presented in Table 2 the following data were used to make the appropriate calculations:

- transition radius in the zone of journal and axle collar $r=40$ mm
- transition radius in the zone of axle collar and wheel seat $r=20$ mm
- transition radius in the zone of central part and wheel seat $R=75$ mm
- coefficient A , used to determine the coefficient K_f was determined according to the formula in Figure 7 according to PN-EN 13103-1:2017 (E) [14].

The wheelset axle bending arrow in the centre of the axle can be determined from a formula based on the principle of multiplication of graphs according to the Maxwell-Mohr method (see Fig. 3 and Fig. 4).

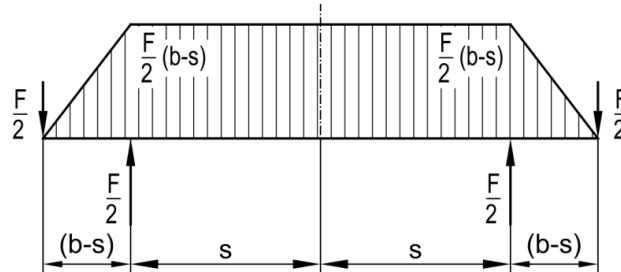


Fig. 3. Graph of bending moment resulting from the load $F/2$ (wagon fully loaded)

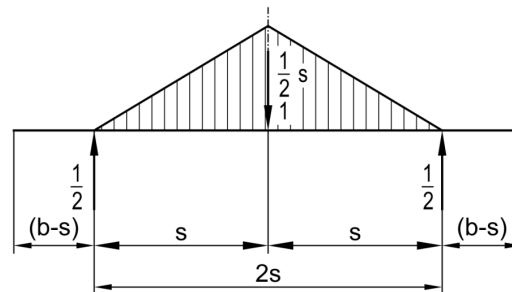


Fig. 4. Graph of bending moment resulting from the agreed unit force

2.2. Calculation of bendings in the selected points of axle

Formula f_1 specifying the bending of the wheelset axle in the maximum loaded condition of the wagon, corresponding to a gross weight of 80 000 kg, takes the following form:

$$f_1 = \frac{F \cdot (b-s) \cdot (2s)^2}{2 \cdot 8 \cdot E \cdot J} \quad (2).$$

Inserting $F=196\,200$ N, $b=1000$ mm, $s=750$ mm, Young's modulus for steel $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² and $J=32\,169\,908,7$ mm⁴ (for the diameter of axle in the centre part $d=160$ mm to formula (2) it is obtained:

$$f_1 = \frac{196\,200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 32\,169\,908,7} = 1,02 \text{ mm} \quad (3).$$

Inserting $F=196\,200$ N, $b=1000$ mm, $s=750$ mm, $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² and $J=33\,808\,815,5$ mm⁴ (for the diameter of axle in the centre part $d=162$ mm) to formula (2) it is obtained:

$$f_1 = \frac{196\,200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 33\,808\,815,5} = 0,97 \text{ mm} \quad (4).$$

Inserting $F=196\,200$ N, $b=1000$ mm, $s=750$ mm, $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² and $J=30\,591\,322$ mm⁴ (for the diameter of axle in the centre part $d=158$ mm) to formula (2) it is obtained:

$$f_1 = \frac{196200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 30591322} = 1,07 \text{ mm} \quad (5).$$

The above formulas were adopted based on the assumption that the moment of inertia J of the section of the centre part of axle is constant over the entire length of 2s. In fact, the moment of inertia is greater on the part of the wheel embendment and on the transition radius R=75 mm, connecting the diameter of 185 mm and 160⁺² mm. In fact, the calculated bending arrows are slightly smaller. If we compare these results, it can be stated that for extreme values of 158 mm and 162 mm the bending arrows differ from each other by approx. 10% and ±5% respectively in relation to the nominal value of the bending arrow of 1,02 mm.

The axle stiffness in the centre part measured in kN/mm can be determined from the formula:

$$k = \frac{16E \cdot J}{(b - s) \cdot 2s^2} \quad (6).$$

Inserting b=1000 mm, s=750 mm, E=2,1·10⁵ N/mm² and J=32 169 908,7 mm⁴ (for the diameter of axle in the centre part d=160 to formula (2) it is obtained:

$$k = \frac{16 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 32169908,7}{(1000 - 750) \cdot 1500^2} = 192162 \text{ N/mm} \quad (7).$$

Wheelset axle bending arrow as a result of multiplying the Maxwell-Mohr graphs:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{F \cdot l_1^3}{E \cdot J_1} + \frac{1}{12} \cdot \frac{F \cdot (l_2 - l_1) [(2l_1 + l_2) \cdot l_1 + (l_1 + 2l_2) \cdot l_2]}{E \cdot J_2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{F \cdot l_2^2 \cdot 2s}{E \cdot J_3} \quad (8).$$

Inserting data F=196200 N, E=2,1·10⁵ N/mm², J₁=10 178 760,2 mm⁴, J₂=22 303 926,3 mm⁴, J₃= 32 169 908,7 mm⁴, l₁=101 mm, l₂=250 mm, l₁-l₂=149 mm, 2s=1500 mm it is obtained:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{196200 \cdot 101^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10178760,2} + \frac{196200 \cdot 149 \cdot [(202 + 250) \cdot 101 + (101 + 2 \cdot 250) \cdot 250]}{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 22303926,3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{196200 \cdot 250^2 \cdot 1500}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 32169908,7} = 0,015 + 0,1 + 0,68 = 0,795 \text{ mm} \approx 0,8 \text{ mm} \quad (9).$$

The flexibility of the axle with respect to the journal is:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{101^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10178760,2} + \frac{149 \cdot [(202 + 250) \cdot 101 + (101 + 2 \cdot 250) \cdot 250]}{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 22303926,3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{250^2 \cdot 1500}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 32169908,7} = 8,033 \cdot 10^{-8} + 5,193 \cdot 10^{-7} + 3,469 \cdot 10^{-6} = 4,06863 \cdot 10^{-6} \text{ mm/kN} \quad (10).$$

Axle stiffness is (as the converse of flexibility):

$$k = 2,457 \cdot 10^5 \text{ N/mm} \quad (11).$$

2.3. Calculation of natural transverse vibrations frequencies

Assuming the axle model as a beam loaded with unit mass load q, the transverse vibration equation is as follows:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (12).$$

After transformations, the equation of transverse vibrations of the axle as a beam with a circular cross-section and evenly distributed mass takes the following form:

$$EJ \frac{d^4 y(x,t)}{dx^4} = -\frac{\gamma}{g} \cdot F \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (13).$$

After entering the constant $a^2 = \frac{E \cdot J \cdot g}{F \cdot \gamma}$ the following equation will be obtained:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (14).$$

The solution of the above equation takes the form:

$$\omega = \omega_n = \frac{\pi^2 \cdot n^2}{l^2} \sqrt{\frac{E \cdot J \cdot g}{F \cdot \gamma}} \quad (15).$$

$$\omega = \omega_1 = \frac{\pi^2 \cdot l^2}{1,500^2} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 32169908,7 \cdot 9,81 \cdot 10^{-12}}{20106,1 \cdot 10^{-6} \cdot 7860 \cdot 9,81}} = 906,93 \text{ rad/s} \quad (16).$$

The natural vibrations frequency f_n is presented according to the formula:

$$f_n = n^2 \cdot \frac{\omega_1}{2\pi} \quad (17),$$

where: $n = 1, 2, 3$.

After inserting into formula (17) $\omega_1=906,93 \text{ rad/s}$, $\omega_2=5698,4 \text{ rad/s}$ and $\omega_3=8162,37 \text{ rad/s}$ of natural vibrations f_n it is respectively obtained the frequency of $f_1=144,34 \text{ Hz}$ ($n=1$), $f_2=577,36 \text{ Hz}$ ($n=2$), and $f_3=1299 \text{ Hz}$ ($n=3$).

To check the reliability of the obtained result, the verification was carried out based on the formula for the beam as a vibrating system, **divided into three the same masses, separated from each other by 1/3, (where 2l=2s)**.

Then the formula for determining the natural circular frequency of transverse vibrations is as follows:

$$\omega = \frac{5,701}{l} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{l \cdot m}} \quad (18).$$

After inserting the numerical data $l=2s=1,5 \text{ m}$, $E=2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $J=32169908,7 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$, $m=79 \text{ kg}$ (1/3 m of the whole part of the centre axle) into equation (18) it is obtained:

$$\omega = \frac{5,701}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 32169908,7 \cdot 10^{-12}}{1,5 \cdot 79}} = 907,41 \text{ rad/s} \quad (19).$$

The natural frequency of transverse vibrations is 144,41 Hz. Both results are very similar, which suggests that the calculated values are correct. Analyzing the obtained results of the natural transverse vibrations, it can be stated that they are at a quite high level, not threatening the safe operation. The level of excitation vibration is definitely lower than that of kinematic excitation. The source of axle overload is vertical acceleration ? and lateral acceleration ? . These accelerations, in turn, are caused by vertical and transverse roughness respectively, occurring in the track and track trajectory (unbalanced cant). If it is assumed that 1 full cycle of fatigue load corresponds to full wheel rotation, then the frequency of excitations can be defined as:

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{v}{L} = 2\pi \cdot \frac{v}{\pi \cdot D} \quad (20).$$

where: v - linear speed in km/h [m/s].

A list of frequency and frequency of excitations is presented in Table 2.

**Zestawienie częstości i częstotliwości wymuszeń kinematycznych wywołujących zginanie obrotowe osi/
List of the frequency and frequency of kinematic excitations causing rotational bending of the axle**

Tablica 2/ Table 2

Parametr/ Parameter	1	2	3	4	5	6
Prędkość [km/h]/ Speed [km/h]	20	40	60	80	100	120
Prędkość [m/s] Speed [m/s]	5,55	11,11	16,66	22,22	31,83	33,33
Częstość kołowa [rad/s]/ Circular frequency [rad/s]	12,06	24,15	36,21	48,30	69,19	72,45
Częstotliwość [Hz]/ Frequency [Hz]	1,91	3,84	5,76	7,68	11,01	11,53

As it can be seen from Table 2 the level of frequency of excitation vibrations is definitely lower than the natural vibrations of the centre part of the wheelset axle with the journal 120? 179 mm. Thus, it can be found that the transverse vibrations at such axle dimensions are not a significant threat. The axle is rigid enough in the centre part to avoid the resonance, so that the frequency of excitation vibrations is not the threat to the safe operation of the wheelset axle.

3. SUMMARY

In connection with the calculations carried out on the load capacity of the axle with journal 120? 179 mm, it can be defined the load capacity of the axle as: **„the ability to carry the static, fatigue and impact loads occurring in operation as well as to guarantee such movements and displacements of the wheelset in the track (depending directly on its geometry) to ensure the proper interaction in the vehicle-track system and the dynamic properties in accordance with PN-EN 14363:2016 [18].”** The axle life in the load cycles and the course directly related to the freight wagon is not given in PN-EN 13103-1:2017 [15], even if the guidelines given in PN-EN 15313:2016 [19] are obeyed strictly. This is the next evidence that the life of the axle is determined by its current technical condition, not age. If so, the thesis can be made that if axle tests during the inspections and planned repairs, supported by the diagnostic systems on the vehicle and on the infrastructure, are more and more precise, we can expect that the wheelset axles achieve longer and longer life periods. The issue of proper qualification of axle for operation is the more important as the axle is sensitive to notches. According to [7], as a measure of sensitivity to the notches (German „Kerbempfindlichkeit”) to the external notch effect, the notch action coefficient η_K (German „Kerbwirkungszahl”) caused by the damages that may occur in operation is introduced, which may include:

- mechanical damages
- corrosion caused by atmospheric factors such as marine climate, “industrial atmosphere”, water, salt solutions and chemical compounds such as SO,SO₂,CO and CO₂ etc.
- loss of axle dimensions as a result of improper process of assembly and disassembly of bearing rings and wheels etc.

4. CONCLUSIONS

1. The presented analysis shows that the axle bending arrows in the centre part and in the area of the axle journal assume the quite important, but still safe values for conducting the safe operation, in the light of the criterion set for the range of internal wheel rims spacing, which is 1360_{-3}^{+3} mm for wheelsets with the externally mounted bearings. In this case, the attention should also be paid to the stiffness (flexibility) of the disc of both wheels. For the wheels with high lateral susceptibility, the dimension 1360_{-3}^{+3} may be exceeded.
2. A constructional procedure which could additionally help in maintaining this dimension is to limit the tolerance of wheel rims spacing from 1360_{-2}^{+2} mm to value of 1360_{-1}^{+1} mm. Similarly, it is recommended that the dimension of the outer wheel rims spacing, which in new condition is max.1426 mm, and in worn condition min. 1410 mm, should be checked so that its spacing due to wear of the rolling surface and wheel rims is as small as possible. This guarantees the better dynamic properties in relation to the reference track during the operation of the freight wagon. It should be remembered that the inner spacing of wheel rims of the wheelset not built- in under the wagon, in the new state or after repair, should not be 1360_{-2}^{+2} mm, i.e. it should not differ from the initial state. It should be taken into account that the greater the accuracy of the wheelset and its components increases and their variability during operation will be limited, in particular:
 - external spacing of side wheel flanges in the built-in and not built-in condition under the vehicle,
 - external spacing of wheel rims, otherwise known as the wheelset's guide in the track,
 - difference in rolling diameters of the only wheelset,

then the chances of stability of the dynamic properties and interaction in the vehicle-track system increase in accordance with the guidelines of the European standard PN-EN 14363:2016 [18].

Of course, this is a difficult task, considering that there is a tendency for the intervals between levels P1, P2, P3, P4 and P5 to be increased. Treatments from the part of the vehicle do not guarantee the achievement of the intended goal, because it is important to maintain the track infrastructure properly. The main goal is to maintain the value of the equivalent conicity as a

- parameter characterizing the contact between the wheel and the rail. It should be assumed that the lower value of equivalent conicity is, the higher speed of the vehicle can be reached. Lengthening the inter-repair periods will not increase the profitability of the operated rolling stock if the quality of repairs is not improved. The implementation of preventive repairs "on time" seems to be a future solution. These methods are based on advanced diagnostics of infrastructure and vehicles (in this case the freight wagons).
3. The wheelset axle with journal $\varnothing 120/179$ mm has the sufficient load carrying capacity to guarantee the reliable and safe operation, provided that the repairs are carried out at all levels, so that the axle is not exposed to action of additional notches lowering the fixed fatigue limit (fatigue strength). This results from all previous studies [1-3]. Another factor is the improvement of repair factors so as to detect the significant defects, especially the surface scratches, the depths of which regarding operational risk should be compared with the values of the allowable surface roughness of the individual axle sectors. As the operational practice shows, they can be effectively detected by a combination of methods, e.g. measurement of surface roughness, magnetic powder methods and ultrasonic methods.
 4. It should be taken into account that it is possible to optimize the life of the axles in operation. This optimization can be done at the level of P4 or P5 repairs.

5. BIBLIOGRAPHY

- [1] Sobaś M. Określenie nośności osi zestawów kołowych wagonów towarowych z czopem o wymiarach $\varnothing 120/179$ mm na drodze analitycznej. *Pojazdy Szynowe* 3/2019
- [2] Sobaś M. Wytyczne do określenia nośności osi zestawów kołowych wagonów towarowych z czopem o wymiarach $\varnothing 120/179$ mm. *Pojazdy Szynowe* 2/2019
- [3] Sobaś M. Wpływ omażnicowanych zestawów kołowych na bezpieczeństwo eksploatacyjne. *Pojazdy Szynowe* nr 4/2016.
- [4] Sobaś M. Diagnostyka osi zestawów kołowych układów biegowych pojazdów trakcyjnych i tocznych. *Pojazdy Szynowe* nr 4/2010
- [5] Sobaś M. Kryteria obiektywnej oceny prognozowanej oceny stanów osi zestawów kołowych pojazdów trakcyjnych. *Pojazdy Szynowe* nr 1/2011
- [6] Stasiak L. Doświadczenia determinacja charakterystyk wytrzymałości zmęczeniowej osi zestawów kołowych pojazdów szynowych. *Poznań* 1986.
- [7] Tauscher H. *Dauerfestigkeit von Stahl und Gusseisen. 4. neubearbeitete Auflage (VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1982. (pol. „Wytrzymałość zmęczeniowa dla stali i żeliw. 4. przerobione wydanie (Wydawnictwo Książek Fachowych Lipsk 1982).*
- [8] Karta UIC 510-1. Wagony towarowe. Układ biegowy. Normalizacja. 9-te wydanie. 1.01.1978. 14 zmian od 1.01.80 do 1.01.97.
- [9] Karta UIC 510-2. Pojazdy doczepne. Warunki dla stosowania kół o różnych średnicach w układach biegowych różnego typu. 4-te wydanie ze zmianami od października 2002 do kwietnia 2004.
- [10] Karta UIC 515-3. Pojazdy szynowe. Wózki – układy biegowe. Metodyka obliczeń osi zestawów kołowych. 1-sze wydanie z 1.07.1994. Karta wycofana 1.08.2006.
- [11] Karta UIC 805-70. Otwór gwintowany kanałów dla hydraulicznego ściągania i poluzniania połączeń zaciskowych. 2-gie wydanie z 1.07.1986
- [12] Karta UIC 811-1. Warunki techniczne na dostawę osi zestawów kołowych dla pojazdów trakcyjnych i wagonów. Karta wycofana 1.08.2006.
- [13] Raport ORE/ERRI B12 Rp.11/D Frage B136 Radsätze mit aufgesattelten Achslagern: Konstruktion, Unterhaltung, Standardisierung. Bericht Nr.11. Berechnung von Radsatzwellen für Güterwagen und Reisezugwagen. Utrecht, April.1979 (j. polski: „Zestawy kołowe z nasadzonymi maźnicami: Konstrukcja, Utrzymanie, Standaryzacja. Raport 11. Obliczenie osi zestawów kołowych wagonów towarowych i wagonów osobowych.” Utrecht, kwiecień 1979.)
- [14] PN-EN 13103+A2:2012. Kolejnictwo. Zestawy kołowe i wózki. Osie zestawów kołowych tocznych. Zasady konstrukcji.
- [15] PN-EN 13103-1:2017 (E). Kolejnictwo. Zestawy kołowe i wózki-Część 1: Zasady konstrukcji dla osi z czopami zewnętrznymi
- [16] PN-EN 13104+A2:2013. Kolejnictwo. Zestawy kołowe i wózki. Osie zestawów kołowych napędnych. Zasady konstrukcji.
- [17] PN-EN 13261+A1:2011. Kolejnictwo. Zestawy kołowe i wózki. Osie. Wymagania dotyczące wyrobu.
- [18] PN-EN 14363:2016 E. Kolejnictwo. Badania i symulacje modelowe własności dynamicznych pojazdów szynowych przed dopuszczeniem do ruchu. Badania właściwości biegowych i próby stacjonarne.
- [19] PN-EN 15313:2016. Kolejnictwo. Wymagania eksploatacyjne dotyczące obsługi zestawów kołowych. Utrzymanie zestawów kołowych pojazdów w eksploatacji i wyłączenie z eksploatacji.

- [20] EN ISO 643:2003. Steels. Micrographic determination of the apparent grain size.
- [21] PN-64/H-84027. Stal dla kolejnictwa. Gatunki.
- [22] PN-84/H-84027/03. Stal dla kolejnictwa. Osie zestawów kołowych dla pojazdów szynowych. Gatunki.
- [23] OW-1166/1. Tymczasowe warunki techniczne na rolowanie osi zestawów kołowych dla pojazdów trakcyjnych oraz wagonów osobowych i towarowych. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [24] OR-6220. Obliczenie skrajni kinematycznej zwężonej wagonu 408W na wózkach 1XTa/S. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [25] OR-6390. Obliczenie skrajni kinematycznej zwężonej wagonu 424V na wózkach 25TNb/2. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [26] Opracowanie 407Kb 0108-1. Obliczenie skrajni kinematycznej wagonu 407 Kb na wózkach 25TNb/2. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [27] Opracowanie 432 R 0108-1. Obliczenia skrajni kinematycznej zwężonej wagonów 432R i 433 R na wózkach 25TNb/2. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [28] Opracowanie 418S 0108-1. Obliczenie skrajni wagonu 418S na wózkach 25TNb/2. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [29] Opracowanie 418V 11603-1/N. Obliczenie skrajni kinematycznej zwężonej wagonu 418Vb na wózkach 2XTc. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [30] OR-8260. Wytyczne do obliczeń skrajni kinematycznej wagonów czteroosiowych na przykładzie wagonów cystern „458R” oraz wagonów pokrewnych. Wyznaczanie współczynnika pochylania i wpływu luzów ślizgów bocznych na zwężenia quasi-statyczne „z”. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”
- [31] OR-8464. Obliczenia bieguny przechylania, współczynnika przechylania i niesymetrii własnej wagonu cysterny typu 456 Re przeznaczonego do transportu dwutlenku węgla w stanie ciekłym. Dokument przechowywany w archiwum „IPS TABOR”

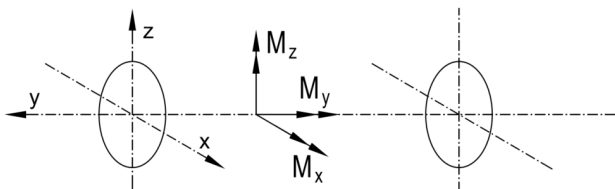
dr inż. Marek Sobaś, prof. Instytutu
ŁUKASIEWICZ – IPS „TABOR”

Determination of bendings of axle with journal with dimensions of $\varnothing 120 \times 179$ mm of freight wagon wheelsets

Określenie ugięć osi z czopem o wymiarach $\varnothing 120 \times 179$ mm zestawów kołowych wagonów towarowych

The article presents the analytical determination of axle bendings with the journal dimensions of $\varnothing 120 \times 179$ mm, used in the running gear systems of freight wagons of 1XTa type and Y25 family with variants. The results of calculations of the bending arrows in the individual sectors of the axle are presented together with their assessment and comparison to the applicable criteria which were taken based on the currently applicable European regulations. Calculations of transverse vibrations frequencies acting on the wheelset axle are also presented.

W artykule opisano analityczne wyznaczanie ugięć osi o wymiarach czopa $\varnothing 120 \times 179$ mm zastosowanej w układach biegowych wagonów towarowych typu 1XTa oraz rodziny Y25 z odmianami. Następnie, przedstawiono wyniki obliczeń dotyczące wartości ugięć w poszczególnych sektorach osi wraz z ich oceną i porównaniem do obowiązujących kryteriów zamieszczonych w przepisach europejskich. Zamieszczono również obliczenia częstotliwości drgań giętych występujących w oś zestawu kołowego.



Rys. 2. Układ współrzędnych, który jest wykorzystywany do ustalenia momentów sił M_x , M_y oraz M_z , obciążających oś zestawu kołowego tocznego, zastosowanego w wagonie towarowym wg PN-EN 13103-1:2017 [15]

W obliczeniach użyto następujących symboli (patrz rys.1÷3 [1]):

m_1 (kg) - masa przypadająca na jeden zestaw kołowy,

m_2 (kg) - masa jednego kompletnego zestawu kołowego (nie omażnicowanego),

m_1+m_2 (kg) - masa pojazdu odpowiadająca naciskowi zestawu kołowego na tor.

P (N) – nacisk koła zestawu kołowego na tor w stanie statycznym:

$$P = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (1),$$

$F(N)$ - nacisk zestawu kołowego na tor w stanie statycznym,

P_0 (N) - siła statyczna przypadająca na jeden czop osi zestawu kołowego, jeśli zestaw kołowy jest obciążony symetrycznie $P_0=m_1/2g$,

P_1 (N) - siła pionowa działająca na lewy czop podczas ruchu pojazdu z największym obciążeniem,

P_2 (N) - siła pionowa działająca na prawy czop podczas ruchu pojazdu z najmniejszym obciążeniem,

Y_1 (N) – pozioma siła występująca między obrzeżem lewego koła, a szyną po stronie bardziej obciążonego czopa,

Y_2 (N) - pozioma siła, występująca między obrzeżem prawego koła, a szyną po stronie mniej obciążonego czopa,

H (N) - pozioma siła działająca w osi zestawu kołowego równoważąca działanie sił Y_1 i Y_2 ; siła ta w literaturze fachowej nazywana jest również siłą łożyskową,

$Q_1(N)$ - pionowa reakcja szyny na koło, położona po stronie bardziej obciążonego czopa osi,

Q_2 (N) - pionowa reakcja szyny na koło, położona po stronie mniej obciążonego czopa osi,

F_i (N) - siły wywierane przez masy elementów nieusprężynowanych, znajdujących się na części środkowej osi,

F_f (N) - maksymalny nacisk wstawek klocków hamulcowych na koło,

$M_x(N)$ - moment zginający, wynikający z oddziaływania mas,

M_x' i M_z' (N·mm) - moment zginający, wynikający z hamowania,

M_y i M_y' (N·m) - moment skręcający, wynikający z hamowania,

M_X oraz M_Z (N·mm) - suma momentów zginających w płaszczyźnie X oraz Z,

M_R (N·mm) – momenty sił sumaryczne,

$2b$ (mm) - odległość między punktami przyłożenia sił, działających na czopy osi,

$2s$ (mm) - odległość między okręgami tocznymi kół zestawu kołowego,

h_1 (mm) - wysokość położenia środka ciężkości (środku masy) ponad osią zestawu kołowego,

y_i (mm) - odległość między płaszczyzną obwodu tocznego i miejscem działania siły F_i ,

y (mm)- odległość odciętej dowolnego przekroju osi liczona od płaszczyzny działania osi P_1 ,

μ [-] - średni współczynnik tarcia,

σ (MPa) - naprężenie obliczone dla poszczególnych przekrojów osi,

K [-] - współczynnik koncentracji naprężeń wynikający ze zmiany kształtu osi,

R (mm) - nominalny promień koła zestawu w okręgu tocznym (tzw. promień toczny),

d (mm) - mniejsza średnica osi w przekrojach charakteryzujących się przejściem jednej średnicy w drugą,

D (mm) - większa średnica osi w przekrojach charakteryzujących się przejściem jednej średnicy w drugą,

r (mm) - promień przejściowy między jedną średnicą a drugą służący do określenia współczynnika „K”,

S - współczynnik bezpieczeństwa, charakteryzujący ryzyko lub niepewność, co do przyjętych wartości obciążeń w zestawieniu z rzeczywistymi obciążeniami pojawiającymi się w eksploatacji i w przypadku osi tocznych $S=1,2$; dla porównania w przypadku osi trakcyjnych współczynnik bezpieczeństwa wynosi $S=1,5$.

E - moduł Younga, dla stali przyjęto na poziomie $2,1 \cdot 10^5$ MPa

Dane wyjściowe do obliczeń wytrzymałości osi zestawu kołowego:

$$m_1 + m_2 = 20\,000 \text{ kg}$$

$$m_1 = 18\,899 \text{ kg}$$

$$m_2 = 1101 \text{ kg (przyjęta na podstawie dokumentacji konstrukcyjnej).}$$

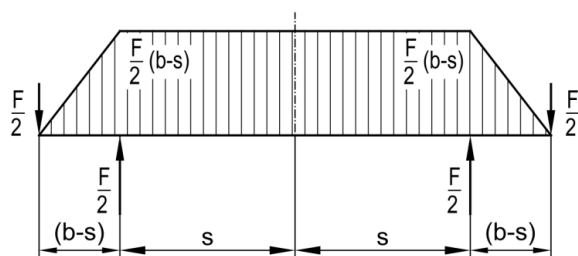
W tabelicy 1 przedstawiono charakterystyki wybranych przekrojów dla osi z czopem $\varnothing 120 \times 179 \text{ mm}$ wraz z siłami, momentami sił, obciążającymi oś oraz naprężeniami w poszczególnych przekrojach osi [1].

Tablica 1 – patrz w wersji angielskiej artykułu

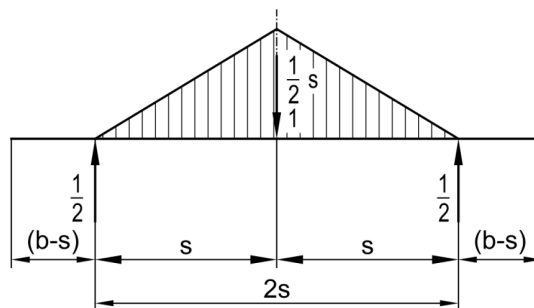
W przypadku wyników przedstawionych w tabelicy 2, wykorzystano następujące dane w celu wykonania odpowiednich obliczeń:

- promień przejściowy w strefie czopa i przedpiaścia $r=40 \text{ mm}$
- promień przejściowy w strefie przedpiaścia i podpiaścia $r=20 \text{ mm}$
- promień przejściowy w strefie części środkowej i podpiaścia $R=75 \text{ mm}$
- współczynnik A, użyty do wyznaczenia współczynnika K_f został określony wg wzoru z rysunku 7 wg normy PN-EN 13103-1:2017 (E) [14].

Strzałkę ugięcia osi zestawu kołowego w środku osi można wyznaczyć ze wzoru wynikającego z zasady mnożenia wykresów wg metody Maxwella-Mohra (patrz rys. 3 i rys. 4).



Rys. 3. Wykres momentu gnącego, powstałego od obciążenia $F/2$ (wagon maksymalnie załadowany)



Rys. 4. Wykres momentu gnącego, powstałego od umownej siły jednostkowej

Wzór f_1 , określający ugięcie osi zestawu kołowego w stanie maksymalnie załadowanym wagonu, odpowiadającym masie brutto $80\,000 \text{ kg}$ przyjmuje postać następującą:

$$f_1 = \frac{F \cdot (b-s) \cdot (2s)^2}{2 \cdot 8 \cdot E \cdot J} \quad (2).$$

Podstawiając $F=196\,200 \text{ N}$, $b=1000 \text{ mm}$, $s=750 \text{ mm}$, moduł Younga dla stali $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ oraz $J=32\,169\,908,7 \text{ mm}^4$ (dla średnicy osi w części środkowej, $d=160 \text{ mm}$ do wzoru (2)) otrzymuje się:

$$f_1 = \frac{196\,200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 32\,169\,908,7} = 1,02 \text{ mm} \quad (3).$$

Podstawiając $F=196\,200 \text{ N}$, $b=1000 \text{ mm}$, $s=750 \text{ mm}$, $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ oraz $J=33\,808\,815,5 \text{ mm}^4$ (dla średnicy osi w części środkowej, $d=162 \text{ mm}$) do wzoru (2) otrzymuje się:

$$f_1 = \frac{196\,200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 33\,808\,815,5} = 0,97 \text{ mm} \quad (4).$$

Podstawiając $F=196\,200 \text{ N}$, $b=1000 \text{ mm}$, $s=750 \text{ mm}$, $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ oraz $J=30\,591\,322 \text{ mm}^4$ (dla średnicy osi w części środkowej, $d=158 \text{ mm}$) do wzoru (2) otrzymuje się:

$$f_1 = \frac{196\,200 \cdot (1000 - 750) \cdot (1500)^2}{2 \cdot 8 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 30\,591\,322} = 1,07 \text{ mm} \quad (5).$$

Powyższe wzory zostały przyjęte przy założeniu, że moment bezwładności J przekroju części środkowej osi jest stały na całej długości $2s$. W rzeczywistości moment bezwładności jest większy na części osadzenia koła oraz na promieniu przejściowym $R=75 \text{ mm}$, łączącym średnicę 185 mm oraz 160^{+2} mm . W rzeczywistości wyliczone strzałki ugięcia są nieco mniejsze. Jeśli porównać niniejsze wyniki, to można stwierdzić, że dla skrajnych wartości 158 mm oraz 162 mm strzałka ugięcia różni się między sobą odpowiednio o ok. 10% i $\pm 5\%$ w stosunku do wartości nominalnej strzałki ugięcia, wynoszącej $1,02 \text{ mm}$.

Sztywność osi w części środkowej mierzona w kN/mm można wyznaczyć ze wzoru:

$$k = \frac{16E \cdot J}{(b-s) \cdot 2s^2} \quad (6).$$

Podstawiając $b=1000$ mm, $s=750$ mm, $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² oraz $J=32\,169\,908,7$ mm⁴ (dla średnicy osi w części środkowej, $d=160$ mm do wzoru (2)) otrzymuje się:

$$k = \frac{16 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 32\,169\,908,7}{(1000 - 750) \cdot 1500^2} = 192162 \text{ N/mm} \quad (7).$$

Strzałka ugięcia czopa osi zestawu kołowego w wyniku mnożenia wykresów Maxwella-Mohra:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{F \cdot l_1^3}{E \cdot J_1} + \frac{1}{12} \cdot \frac{F \cdot (l_2 - l_1) [(2l_1 + l_2) \cdot l_1 + (l_1 + 2l_2) \cdot l_2]}{E \cdot J_2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{F \cdot l_2^2 \cdot 2s}{E \cdot J_3} \quad (8).$$

Podstawiając dane $F=196200$ N, $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm², $J_1=10\,178\,760,2$ mm⁴, $J_2=22\,303\,926,3$ mm⁴, $J_3=32\,169\,908,7$ mm⁴, $l_1=101$ mm, $l_2=250$ mm, $l_1-l_2=149$ mm, $2s=1500$ mm otrzymuje się:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{196200 \cdot 101^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10\,178\,760,2} + \frac{196200 \cdot 149 \cdot [(202 + 250) \cdot 101 + (101 + 2 \cdot 250) \cdot 250]}{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 22\,303\,926,3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{196200 \cdot 250^2 \cdot 1500}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 32\,169\,908,7} = 0,015 + 0,1 + 0,68 = 0,795 \text{ mm} \approx 0,8 \text{ mm} \quad (9).$$

Elastyczność osi w odniesieniu do czopa wynosi:

$$f_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{101^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10\,178\,760,2} + \frac{149 \cdot [(202 + 250) \cdot 101 + (101 + 2 \cdot 250) \cdot 250]}{12 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 22\,303\,926,3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{250^2 \cdot 1500}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 32\,169\,908,7} = 8,033 \cdot 10^{-8} + 5,193 \cdot 10^{-7} + 3,469 \cdot 10^{-6} = 4,06863 \cdot 10^{-6} \text{ mm/kN} \quad (10).$$

Sztywność osi wynosi (jako odwrotność podatności):

$$k=2,457 \cdot 10^5 \text{ N/mm} \quad (11).$$

2.3. Obliczenie częstotliwości drgań własnych giętych

Przyjmując model osi jako belki obciążonej jednostkowym obciążeniem masowym q , równanie drgań giętych przedstawia się następująco:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (12).$$

Po przekształceniach równanie drgań poprzecznych osi jako belki o przekroju kołowym o masie równomiernie rozłożonej, przyjmuje postać następującą:

$$EJ \frac{d^4 y(x, t)}{dx^4} = -\frac{\gamma}{g} \cdot F \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (13).$$

Po wprowadzeniu stałej $a^2 = \frac{E \cdot J \cdot g}{F \cdot \gamma}$ otrzyma się równanie o postaci następującej:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (14).$$

Rozwiązanie ww. równania przyjmuje postać:

$$\omega = \omega_n = \frac{\pi^2 \cdot n^2}{l^2} \sqrt{\frac{E \cdot J \cdot g}{F \cdot \gamma}} \quad (15).$$

Podstawiając dane liczbowe $n=1$, $l=2s=1,500$ m, $E=2,1 \cdot 10^{11}$ N/m², $J=32\,169\,908,7 \cdot 10^{-12}$ m⁴, $F=20\,106,1 \cdot 10^{-6}$ m², $g=9,81$ m/s² oraz $\gamma=7,86$ g/cm³= $7,86$ kg/m³· 10^{-3} · $10^6=7860$ kg/m³ otrzymuje się wartość ω częstotliwości kołowej:

$$\omega = \omega_1 = \frac{\pi^2 \cdot 1^2}{1,500^2} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 32\,169\,908,7 \cdot 9,81 \cdot 10^{-12}}{20\,106,1 \cdot 10^{-6} \cdot 7860 \cdot 9,81}} = 906,93 \text{ rad/s} \quad (16).$$

Częstotliwość drgań własnych f_n przedstawia się wg wzoru:

$$f_n = n^2 \cdot \frac{\omega_1}{2\pi} \quad (17),$$

gdzie: n - liczba naturalna, $n=1$, $n=2$ i $n=3$.

Po wstawieniu do wzoru (17) $\omega_1=906,93$ rad/s, $\omega_2=5698,4$ rad/s oraz $\omega_3=8162,37$ rad/s drgań własnych f_n otrzymuje się częstotliwość wynoszącą odpowiednio $f_1=144,34$ Hz ($n=1$), $f_2=577,36$ Hz ($n=2$), oraz $f_3=1299$ Hz ($n=3$).

Aby sprawdzić wiarygodność otrzymanego wyniku, dokonano weryfikacji wykorzystując wzór dla belki, jako układu drgającego, **podzielonego na trzy te same masy, odległe od siebie o wartość $l/3$, (gdzie $2l=2s$)**.

Wówczas wzór na wyznaczenie częstości kołowej własnej drgań giętnych przedstawia się następująco:

$$\omega = \frac{5,701}{l} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{1 \cdot m}} \quad (18).$$

Po wstawieniu wartości liczbowych $l=2s=1,5$ m, $E=2,1 \cdot 10^{11}$ N/m², $J=32\,169\,908,7 \cdot 10^{-12}$ m⁴, $m=79$ kg ($l/3$ m całej części środkowej osi) do równania (18) otrzymuje się:

$$\omega = \frac{5,701}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 32169908,7 \cdot 10^{-12}}{1,5 \cdot 79}} = 907,41 \text{ rad/s} \quad (19).$$

Częstotliwość własna drgań giętnych wynosi 144,41 Hz. Obydwa wyniki są bardzo zbliżone, co pozwala sądzić, że wyliczone wartości są prawidłowe. Analizując otrzymane wyniki częstości własnych drgań giętnych można stwierdzić, że leżą one na dosyć wysokim poziomie, nie zagrażającym bezpiecznej eksploatacji. Poziom drgań wymuszających jest zdecydowanie niższy, niż drgań wymuszenia kinematycznego. Źródłem przeciążenia osi jest przyspieszenie pionowe α oraz przyspieszenie poprzeczne β . Przyspieszenia te z kolei są wywołane odpowiednio nierównościami pionowymi oraz poprzecznymi, występującymi w torze oraz trajektorią toru (niezrównoważona przechyłka). Jeśli przyjąć, że 1 pełny cykl obciążenia zmęczeniowego odpowiada pełnemu obrotowi koła, wówczas można zdefiniować częstość wymuszeń jako:

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{v}{L} = 2\pi \cdot \frac{v}{\pi \cdot D} \quad (20).$$

gdzie: v - prędkość liniowa w km/h [m/s].

Zestawienie częstości i częstości wymuszeń jest przedstawione w tablicy 2.

Tablica 2 – patrz w wersji angielskiej artykułu

Jak widać z tablicy 2 poziom częstości (częstotliwości) drgań wymuszających jest zdecydowanie mniejszy, niż drgań własnych części środkowej osi zestawu kołowego z czopem 120×179 mm. Tak więc można stwierdzić, że drgania giętne przy takich wymiarach osi nie stanowią istotnego zagrożenia. Oś jest wystarczająco sztywna w części środkowej, aby uniknąć rezonansu, tak że częstość (częstotliwość) drgań wymuszających nie stanowi zagrożenia dla bezpiecznej eksploatacji osi zestawu kołowego.

3. PODSUMOWANIE

W związku z przeprowadzonymi obliczeniami na temat nośności osi z czopem 120×179 mm, można zdefiniować nośność osi jako : „zdolność do przenoszenia obciążeń statycznych, zmęczeniowych oraz udarowych, pojawiających się w eksploatacji jak również zagwarantowanie takich ruchów i przemieszczeń zestawu kołowego w torze (zależnych bezpośrednio od jej geometrii), aby zapewnić właściwe oddziaływanie w układzie pojazd-tor oraz własności dynamiczne zgodnie z PN-EN 14363:2016 [18].” Trwałość osi w cyklach obciążeń oraz przebieg związany bezpośrednio z wagonem towarowym nie jest podany w normie PN-EN 13103-1:2017 [15], nawet gdyby przestrzegać ściśle wytycznych, podanych w normie PN-EN 15313:2016 [19]. Jest to kolejny dowód na to, że o trwałości osi decyduje jej aktualny stan techniczny, a nie wiek. Jeśli tak, to można postawić tezę, że jeśli badania osi podczas przeglądów i planowanych napraw, wspartych układami diagnostycznymi na pojeździe oraz na infrastrukturze są coraz dokładniejsze, to możemy oczekiwać, że osie zestawu kołowego osiągają coraz większe okresy trwałości. Zagadnienie właściwej kwalifikacji osi do eksploatacji jest tym bardziej istotne, że oś jest wrażliwa na karby. Zgodnie z [7] jako miarę wrażliwości na karby (niem. „Ker-bempfindlichkeit”) na działanie zewnętrzne karby, wprowadza się współczynnik

działania karbu β_K lub inaczej współczynnik karbu (niem. „Kerbwirkungszahl”) spowodowane uszkodzeniami, które mogą pojawić się w eksploatacji, do jakich można zaliczyć:

- uszkodzenia mechaniczne
- korozja spowodowana czynnikami atmosferycznymi jak klimat morski, „atmosfera przemysłowa”, woda, roztwory soli oraz związki chemiczne jak SO_2 , SO , CO i CO_2 itd.
- utrata wymiarów osi, wskutek niewłaściwego procesu montażu i demontażu pierścieni łożyskowych oraz kół itd.

4. WNIOSKI

1. Z przedstawionej analizy wynika, że strzałki ugięcia osi w części środkowej oraz w rejonie czopa osi, przyjmują dość istotne, ale jeszcze bezpieczne wartości dla prowadzenia bezpiecznej eksploatacji, w świetle postawionego kryterium zakresu wewnętrznego rozstawu wieńców kół, wynoszącego 1360_{-3}^{+3} mm dla zewnętrznie ułożyskowanych zestawów kołowych. W tym przypadku należy zwrócić również uwagę na sztywność (elastyczność) tarczy obydwu kół. W przypadku kół o dużej podatności w kierunku poprzecznym, wymiar 1360_{-3}^{+3} może zostać przekroczony.
2. Zabiegiem konstrukcyjnym, który mógłby dodatkowo pomóc w utrzymaniu tego wymiaru jest ograniczenie tolerancji rozstawu wieńców kół z 1360_{-3}^{+3} mm do wartości 1360_{-1}^{+1} mm. Podobnie zaleca się, aby wymiar zewnętrznego rozstawu obrzeży kół, który w stanie nowym wynosi max. 1426 mm, a w stanie zużytych min. 1410 mm kontrolować tak, aby jego rozrzut z przyczyn zużycia powierzchni tocznej oraz obrzeży kół był możliwie jak najmniejszy. Gwarantuje to zachowanie lepszych własności dynamicznych w odniesieniu do toru referencyjnego w trakcie eksploatacji wagonu towarowego. Należy pamiętać, że rozstaw wewnętrzny wieńców kół zestawu kołowego niezabudowanego pod wagonem, w stanie nowym lub po naprawie nie powinien wynosić 1360_{-2}^{+2} mm, czyli nie powinien różnić się od stanu wyjściowego. Należy wziąć pod uwagę, że im bardziej zwiększa się dokładność wykonania zestawu kołowego oraz jego elementów oraz ograniczy się ich zmienność w trakcie eksploatacji, a w szczególności:
 - rozstaw zewnętrzny bocznych wieńców kół w stanie niezabudowanym oraz w stanie zabudowanym pod pojazdem,
 - rozstaw zewnętrzny obrzeży kół, zwany inaczej szerokością prowadną zestawu kołowego w torze,
 - różnicę średnic tocznych tego samego zestawu kołowego,

wówczas zwiększa się szansa na stabilność własności dynamicznych i wzajemnego oddziaływania w układzie pojazd-tor zgodnie z wytycznymi normy europejskiej PN-EN 14363:2016 [18].

Oczywiście jest to trudne zadanie, zważywszy że jest tendencja aby interwały pomiędzy poziomami P1, P2, P3, P4 i P5 zostały zwiększone. Zabiegi ze strony pojazdu, nie gwarantują osiągnięcia zamierzonego celu, gdyż istotne jest prawidłowe utrzymanie infrastruktury toru. Celem nadrzędnym jest utrzymanie wartości ekwiwalentnej stożkowatości, jako parametru charakteryzującego kontakt (styk) pomiędzy kołem, a szyną. Należy wyjść z ogólnego założenia, że im niższa wartość stożkowatości ekwiwalentnej, tym pojazd może rozwinąć wyższą prędkość. Wydłużenie okresów między-naprawczych nie zwiększy rentowności eksploatawanego taboru kolejowego, jeżeli nie podniesie się jakości wykonywanych napraw. Pewnym rozwiązaniem przyszłościowym wydaje się być wdrożenie napraw prewencyjnych „on time”. Metody te opierają się rozwiniętej diagnostyce infrastruktury oraz pojazdów (w tym wypadku wagonów towarowych).

3. Oś zestawu kołowego z czopem $\phi 120 \times 179$ mm ma wystarczającą nośność, aby zagwarantować pewną i bezpieczną eksploatację, pod warunkiem przeprowadzenia napraw na wszystkich poziomach, tak aby oś nie była narażona na działanie dodatkowych karbów, obniżających ustaloną granicę zmęczenia (wytrzymałość zmęczeniową). Wynika to ze wszystkich dotychczasowych opracowań [1÷3]. Kolejnym czynnikiem jest doskonalenie czynników naprawczych tak, aby wykrywać istotne wady, zwłaszcza rysy powierzchniowe, których głębokości odnośnie ryzyka eksploatacyjnego należy porównywać z wielkościami dopuszczalnej chropowatości powierzchni poszczególnych sektorów osi. Jak wykazuje praktyka eksploatacyjna mogą one być skutecznie wykrywane przez kombinację metod np. pomiaru chropowatości powierzchni, metod magnetyczno-proszkowych oraz metod ultradźwiękowych.

4. Należy wziąć pod uwagę, że możliwa jest optymalizacja trwałości osi będących w eksploatacji. Optymalizację tę można przeprowadzić na poziomie napraw P4 lub P5.

BIBLIOGRAFIA – patrz w wersji angielskiej artykułu