

## Optymalne sterowanie układów wibroizolacji pojazdów szynowych w obecności zakłóceń nieokreślonych

*W artykule przedstawiono nowe algorytmy płynności, stabilności i sterowalności ruchu pojazdu szynowego, oparte na współczesnej teorii regulatorów przystosowujących się do zakłóceń. Zaprojektowano efektywne układy wibroizolacji pojazdów szynowych absorbujące zakłócenia nieokreślone w czasie rzeczywistym. Otrzymano nową klasę zamkniętych układów regulacji, które w optymalny sposób absorbują zakłócenia w sterowaniu drganiami pojazdów szynowych.*

### 1. Wprowadzenie

W teorii sterowania znany jest powszechnie fakt, że wszystkie systemy realne funkcjonują w warunkach zakłóceń. Termin „zakłócenia” należy do szczególnej kategorii wielkości wejściowych, które nie są wcześniej znane i nie poddają się kontroli, tj. stanowią niesterowalne sygnały wejściowe.

Zakłócenia są ważnym elementem układów regulacji, ponieważ zazwyczaj prowadzą do efektów niepożądanych w funkcjonowaniu systemów sterowanych. Przykładami typowych zakłóceń, występujących w realnych układach tor-pojazd szynowy są: podmuchy wiatru i inne siły aerodynamiczne działające na pojazd, tarcie i luzy w układzie zawieszenia, nierówności toru kolejowego, przesunięcia środka ciężkości, asymetria przyłożenia siły pociągowej w ruchu po krzywej i inne nieokreślone efekty przesunięć w układzie mechanicznym pojazdu.

Metody projektowania układów sterowania, opracowane w latach 1938÷1958, nazywane zazwyczaj „techniką sterowania klasycznego”, zawierają wiele oryginalnych i efektywnych środków przeciwdziałania skokowym, wolno zmieniającym się i sinusoidalnym zakłóceniom, występującym w prostych jednowymiarowych układach o stałych parametrach. Te klasyczne „osiągnięcia” są intuicyjnymi i w „walce” z zakłóceniami wykorzystują otwarte układy całkujące z filtrami pasmowymi do zmiany ustanowionych charakterystyk błędu transmitancji układu zamkniętego.

„Współczesna teoria sterowania” rozwijająca się od 1958 roku, początkowo dla potrzeb techniki kosmicznej, wypracowała mocniejsze narzędzia badawcze (zmienne stanu, sterowanie optymalne itp.) służące modelowaniu złożonych, wielowymiarowych systemów sterowania. Tym niemniej teoria ta ciągle niechętnie powraca do fundamentalnego problemu technicznego: jak efektywnie przeciwdziałać zakłóceniom realnie występującym w złożonych wielowymiarowych systemach sterowania?

Nie potrzeba dużej wiedzy matematycznej, aby zrozumieć, że prawo sterowania dla układów zamkniętych, zbudowane na podstawie matematycznego

modelu „bez zakłóceń”, nie może gwarantować sterowania efektywnego w obecności realnych nieznanymi zakłóceń skokowych.

Niniejszy artykuł traktuje o współczesnym podejściu do problematyki zakłóceń w sterowaniu układów wibroizolacji pojazdów szynowych. Podejście to bazuje na stworzonej przez C.D. Johnsona teorii regulatorów przystosowujących się do zakłóceń (RPZ) [1]. Teoria RPZ pozwala projektować wielowymiarowe zamknięte układy regulacji „walczące” efektywnie z zakłóceniami o strukturze falowej [2], występującymi w realnych układach tor-pojazd szynowy. Wyższość teorii RPZ nad klasycznymi metodami sterowania polega na tym, że można stosować ją nie tylko do obszernej klasy zakłóceń i układów wielowymiarowych, ale także do otwartych układów sterowania klasycznego. Zatem teoria RPZ stanowi uogólnienie tradycyjnych układów sterowania stosowanych w praktyce na przestrzeni ostatnich 60 lat.

### 2. Klasa rozpatrywanych układów i zakłóceń

W celu uzyskania skrajnie ogólnych rezultatów końcowych, rozważania rozpoczęto od matematycznego modelu wielowymiarowego układu liniowego. Przyjęto, że sterowany obiekt jest opisany układem linearyzowanych równań zmiennych stanu o postaci:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  - wektor stanu obiektu,

$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_r)$  - wektor sygnałów wejściowych,

$\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_p)$  - wektor zakłóceń działających na obiekt,

$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m)$  - wektor sygnałów wyjściowych.

„Wyjściami” obiektu dynamicznego są te zmienne, które mogą być mierzone bezpośrednio w czasie rzeczywistym. Macierze  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{F}$  i  $\mathbf{C}$  w równaniach (1) i (2) są zadane. Składniki nieznanne, które mogą występować w macierzy  $\mathbf{F}$  określone są odpowiednimi elementami zakłóceń  $\mathbf{w}(t)$ .

Klasa rozpatrywanych zakłóceń występujących w równaniach (1) i (2) określana jest populacją wszystkich funkcji zakłóceń o strukturze falowej  $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), \dots, w_p(t)]$ , które można modelować równaniami stanu zakłóceń o ogólnej postaci linearyzowanej:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{H}\mathbf{z} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{D}\mathbf{z} + \boldsymbol{\sigma}(t) \quad (4)$$

gdzie wektor  $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_p)$  jest wektorem stanu zakłócenia  $\mathbf{w}$ .

Macierze  $\mathbf{H}$  i  $\mathbf{D}$  są zadane. Macierz  $\mathbf{D}$  w równaniu (4) spełnia rolę kluczową, gdyż odzwierciedla pełną gamę ruchów falowych rejestrowaną w badaniach doświadczalnych  $\mathbf{w}(t)$ . Macierz  $\mathbf{H}$  jest liniową kombinacją funkcji bazowych  $\{z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)\}$ , generowanych równaniem (4) w celu formowania układu rzeczywistych składowych zakłóceń  $\{w_1(t), \dots, w_p(t)\}$ . Podobnie macierz  $\mathbf{F}$  w równaniu (1) pokazuje, że każda składowa zakłócenia  $w_i(t)$  stanowi element równania dynamiki układu.

W realnych układach sterowania niezwykle rzadko można określić bezpośrednio w czasie rzeczywistym wszystkie zmienne stanu  $\{x_1(t), \dots, x_n(t)\}$ . Podobnie jest z określeniem wszystkich składowych zakłóceń  $\{w_1(t), \dots, w_p(t)\}$ . Z tego względu zaprezentowana dalej teoria RPZ opiera się na założeniu, że szukany regulator funkcjonuje tylko przy trzech warunkach:

- 1) pomiarach w czasie rzeczywistym sygnałów wyjściowych  $\{y_1(t), \dots, y_m(t)\}$  w równaniu (2),
- 2) znanych bieżących wymuszeniach sterujących,
- 3) pomiarach w czasie rzeczywistym podzbioru składowych zakłóceń  $w_i(t)$ .

Jedną z ważniejszych cech regulatorów RPZ jest ich efektywne przeciwdziałanie zakłóceniom niemierzalnym w czasie rzeczywistym.

### 3. Idea przystosowania do zakłóceń w zadaniach sterowania

Projektowanie regulatorów RPZ prowadzi do prawa sterowania o następującej postaci:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), t] \quad (5)$$

gdzie  $\mathbf{x}(t)$  jest bieżącym stanem układu, zaś  $\mathbf{z}(t)$  jest bieżącym stanem ogólnego wektora zakłóceń  $\mathbf{w}(t)$ .

Wiadomo jednak, że zarówno wartości  $\mathbf{x}(t)$  jak i  $\mathbf{z}(t)$  zazwyczaj nie można określić w sposób bezpośredni. Wielkościami, które mogą być mierzone bezpośrednio, są wartości bieżące sygnałów wyjściowych  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), \dots, y_m(t)]$  oraz sygnały sterujące. Dlatego też, krokiem pierwszym w projektowaniu RPZ jest pokazanie, jak można praktycznie w sposób operatywny otrzymać dane  $\{\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t)\}$  do równania (5) z pomiarów w czasie rzeczywistym sygnałów wyjściowych  $\mathbf{y}(t)$ .

Jednym z najważniejszych osiągnięć współczesnej teorii sterowania jest fakt, że stan natychmiastowy  $\mathbf{x}(t)$  danego dynamicznego niezakłóconego układu liniowego:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}(t)\mathbf{x} \quad (7)$$

może być określony w czasie rzeczywistym „urządzeniem obróbki danych”, wykorzystującym sygnał wyjściowy  $\mathbf{y}(t)$  oraz zmienną wejściową (sterującą)  $\mathbf{u}(t)$ . Urządzenie to nazywane „przyrządem stanu” może być wykonane ze standardowych elementów elektronicznych [3].

Znaczenie praktyczne przyrządu stanu zawarte jest w następującym stwierdzeniu: jeżeli zakłócenia nieokreślone, występujące w równaniu (1) mają strukturę falową [2] i mogą być opisane liniowym modelem stanu (3) i (4), to można zbudować przyrząd stanu, który w sposób niezawodny w czasie rzeczywistym będzie generował dokładne oceny  $\bar{\mathbf{z}}(t)$  natychmiastowego stanu zakłócenia  $\mathbf{z}(t)$ , wykorzystując do tego pomiary bieżące sygnałów wyjściowego  $\mathbf{y}(t)$  i sterującego  $\mathbf{u}(t)$ .

Zatem regulacja układu opisanego równaniami (1) i (2) sprowadza się do określenia za pomocą kombinowanego przyrządu stanu następującego prawa sterowania:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi[\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{z}}(t), t] \quad (8)$$

gdzie  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  oraz  $\bar{\mathbf{z}}(t)$  oznaczają bieżące oceny  $\mathbf{x}(t)$  i  $\mathbf{z}(t)$ , generowane przez kombinowany przyrząd stanu na podstawie danych o sygnałach  $\mathbf{y}(t)$  w równaniu (2) i  $\mathbf{u}(t)$  w równaniu (1) oraz dowolnych pomiarach składowych zakłóceń. Zakładając, że wielkości uchybu  $\boldsymbol{\varepsilon}_x = \mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_z = \mathbf{z}(t) - \bar{\mathbf{z}}(t)$  dążą szybko do zera, prawo sterowania wyrażone zależnością (8) jest dobrym, praktycznym przybliżeniem prawa sterowania określonego równaniem (5).

Przyrządy stanu mogą być projektowane w sposób różnorodny. Jedną z możliwych form przyrządu stanu dla układu (1) i (4) określona jest następującą zależnością:

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{\mathbf{x}}} \\ \dot{\bar{\mathbf{z}}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{K}_1\mathbf{C} & \mathbf{F}\mathbf{H} \\ \mathbf{K}_2\mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{z}} \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (9)$$

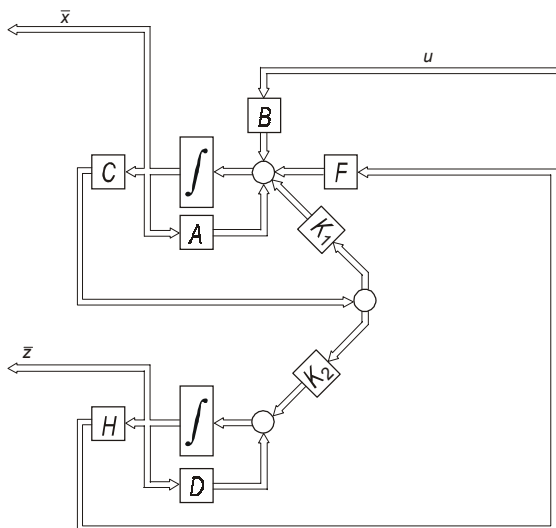
gdzie:  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{O}$  i  $\mathbf{H}$  są macierzami występującymi w równaniach (1), (2) i (3). Symbole  $\mathbf{y}$  i  $\mathbf{u}$  oznaczają odpowiednio bieżące pomiary wartości wektora wyjściowego układu (2) i wejściowego sygnału sterującego (1). Macierze  $\mathbf{K}_1$  i  $\mathbf{K}_2$  występujące w równaniu (9) dobierane są z warunków stabilności rozpatrywanych w dalszej części artykułu.

Schemat blokowy kombinowanego przyrządu stanu, opisanego równaniem (9), przedstawiono na rysunku 1.

Analizując dynamikę kombinowanego wektora stanu  $\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x \\ \boldsymbol{\varepsilon}_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{\mathbf{z}}(t) \end{bmatrix}$  można określić jakość ocen  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  oraz  $\bar{\mathbf{z}}(t)$ , generowanych przyrządem stanu (9). Z równań (1) i (4) wynika, że wektor stanu

$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{pmatrix}$  opisany jest układem  $(n+\rho)$  równań różniczkowych rzędu pierwszego:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{K}_1 \mathbf{C} & \mathbf{F} \mathbf{H} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma}(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$



Rys.1. Schemat blokowy kombinowanego przyrządu stanu

Dla zapewnienia szybkiej zbieżności  $\bar{\mathbf{x}}(t) \rightarrow \mathbf{x}(t)$  oraz  $\bar{\mathbf{z}}(t) \rightarrow \mathbf{z}(t)$  macierze  $\mathbf{K}_1$  i  $\mathbf{K}_2$  powinny być dobrane w ten sposób, aby wszystkie rozwiązania równania (10) były stabilnymi asymptotycznie względem punktu  $\varepsilon_x = \varepsilon_z = 0$ . Wtedy pomiędzy impulsami  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  uchyby  $\varepsilon_x(t) \approx 0$  i  $\varepsilon_z(t) \approx 0$ . Wybór macierzy współczynników wzmocnienia  $\mathbf{K}_1$  i  $\mathbf{K}_2$  związany jest również ze spełnieniem warunku „równomiernej pełnej obserwowalności”.

W pracy [4] podano kilka algorytmów dotyczących określenia macierzy  $\mathbf{K}$ .

#### 4. Projektowanie regulatorów absorbujących zakłócenia

Zazwyczaj w praktyce zakłócenia w sposób negatywny oddziałują na każdy obiekt regulacji. Zatem pojawia się potrzeba projektowania regulatorów absorbujących zakłócenia, które w sposób automatyczny neutralizowałyby ich wpływ na dany układ.

Aby w pełni wyeliminować zakłócenia  $\mathbf{w}(t)$  w układzie (1) i (2) sygnał  $\mathbf{u}(t)$  powinien przeciwdziałać członowi  $\mathbf{F}(t)\mathbf{w}(t)$  i jednocześnie niezawodnie sterować stanem  $\mathbf{x}(t)$  i/lub  $\mathbf{y}(t)$ . Jest to możliwe, jeżeli sygnał sterujący rozdzieli się na dwie części:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_d + \mathbf{u}_p \quad (11)$$

Zadaniem składowej  $\mathbf{u}_d$  jest absorpcja zakłóceń  $\mathbf{w}(t)$ , zaś zadaniem składowej  $\mathbf{u}_p$  - niezawodne optymalne sterowanie stanem  $\mathbf{x}(t)$  lub zmienną wyjściową  $\mathbf{y}(t)$ . Podstawiając zależność (11) do równania (1) otrzymamy się:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_p + \mathbf{B}\mathbf{u}_d + \mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (13)$$

Z równań (12) i (13) wynika, że dla pełnej absorpcji zakłóceń wielkość  $\mathbf{u}_d$  powinna spełniać następujący warunek:

$$\mathbf{B}\mathbf{u}_d(t) \equiv -\mathbf{F}\mathbf{w}(t) \quad (14)$$

dla wszystkich możliwych wartości wektorów zakłóceń  $\mathbf{w}(t)$ .

Zakres możliwych wartości  $\mathbf{w}(t)$  określony jest równaniem (3), gdzie  $\mathbf{z}$  jest wektorem dowolnym o wymiarze  $\rho$ , zaś  $\mathbf{x}$  - wektorem dowolnym o wymiarze  $n$ .

Korzystając z równania (3) warunek projekowania przyjmuje następującą postać:

$$\mathbf{B}\mathbf{u}_d(t) \equiv -\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{z}(t) \quad (15)$$

Warunek konieczny i dostateczny istnienia sterowania  $\mathbf{u}_d$ , spełniający równanie (15) można wyrazić następująco:

$$rz[\mathbf{B}|\mathbf{F}\mathbf{H}] = rz[\mathbf{B}] \quad (16)$$

Pełna absorpcja oznacza, że

$$\mathbf{F}\mathbf{H} = \mathbf{B}\boldsymbol{\Gamma}$$

dla pełnej macierzy  $\boldsymbol{\Gamma}$ .

Rozwiązanie ogólne równania (14) względem sterowania  $\mathbf{u}_d$ , absorbującego zakłócenia ma postać [5]:

$$\mathbf{u}_d = -\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{z} \quad (17)$$

gdzie w charakterze  $\boldsymbol{\Gamma}$  może być wybrana macierz dowolna z rodziny macierzy:

$$\boldsymbol{\Gamma} = [\mathbf{B}]^+ [\mathbf{F}\mathbf{H}] + (\mathbf{I} - [\mathbf{B}]^+ [\mathbf{B}]) \mathbf{Q}_r \quad (18)$$

gdzie  $\mathbf{Q}_r$  jest dowolną macierzą parametrów rzeczywistych, zaś symbol  $[\cdot]^+$  oznacza odwrócenie ogólne macierzy, zaproponowane przez R. Penrose'a [6].

Zazwyczaj macierz współczynników  $\boldsymbol{\Gamma}$  powinna być dobrana w ten sposób, aby zapewnić minimum normy  $\|\boldsymbol{\Gamma}\|$ . Podstawiając do równania (18)  $\mathbf{Q}_r = \mathbf{0}$  otrzymamy rozwiązanie  $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma}^*$ , w którym każda kolumna macierzy  $\boldsymbol{\Gamma}^*$  posiada normę minimalną.

Należy zauważyć również, że jeśli

$$rz[\mathbf{B}] \equiv r$$

to ( $'$  oznacza transponowanie)

$$[\mathbf{B}]^+ = ([\mathbf{B}]' [\mathbf{B}]')^{-1} [\mathbf{B}]'$$

i  $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma}^*$  jest jedynym rozwiązaniem równania (18).

Zatem podstawowe kryterium pełnej absorpcji zakłóceń  $\mathbf{w}(t)$  w modelu (1) i (2) wyrażone jest równaniem (18). Równania (17) i (18) określają regulator RPZ w pełni absorbujący zakłócenia, przy czym w praktyce równanie (17) może przyjąć postać:

$$\mathbf{u}_d = \boldsymbol{\Gamma} \bar{\mathbf{z}} \quad (19)$$

gdzie  $\bar{\mathbf{z}}$  generowane jest przyrządem stanu.

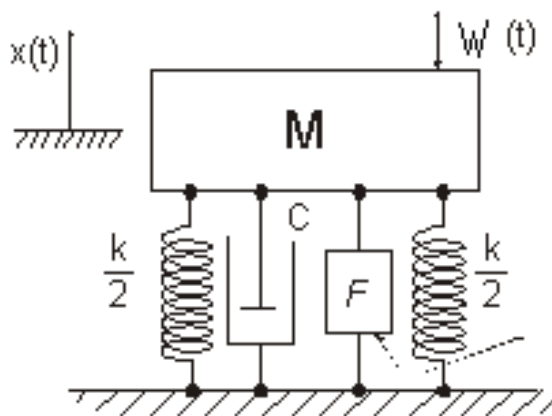
#### 5. Zastosowanie regulatorów RPZ w układach wi- broizolacji pojazdów szynowych

Metody adaptacji do zakłóceń zewnętrznych można stosować bezpośrednio w zamkniętych układach regulacji. W szczególności znane są ich zastosowania praktyczne w rozwiązywaniu

aktualnych problemów mechaniki i teorii maszyn. Poniżej zostaną zaprezentowane nowe osiągnięcia związane z wykorzystaniem teorii aktywnych pochłaniaczy drgań w nierozwiązanych dotąd problemach transportu, dotyczących określenia optymalnego układu wibroizolacji siedziska maszynisty.

### 5.1. Nowe podejście do problematyki wibroizolacji pojazdów szynowych

Technika wibroizolacji oparta na elementach sprężystych i tłumikach, stosowana w klasycznym układzie zawieszenia, wyczerpała już swoje potencjalne możliwości. Powoli pojawia się nowy kierunek w projektowaniu taboru szynowego, oparty na osiągnięciach technologii informatycznych. W szczególności wykorzystanie aktywnej siły siłownika, przeciwdziałającej nieokreślonym zakłóceniom zewnętrznym można przyjąć za współczesne efektywne narzędzie neutralizujące działania negatywne. To doprowadziło do opracowania nowej klasy szybkich aktywnych pochłaniaczy wibracji, które mogą absorbować szeroką gamę różnorodnych zakłóceń zewnętrznych, posiadających złożoną strukturę falową (rys.2).



Rys. 2. Aktywny układ gaszenia przemieszczeń wibracyjnych masy M za pomocą siłownika F

Zakłócenia zewnętrzne na rysunku 2 są oznaczone symbolem  $w(t)$ .

Typowym przykładem siłowników mogą być serwomechanizmy hydrauliczne i pneumatyczne, seleoidy elektromagnetyczne itp.

Zadaniem układu przedstawionego na rysunku 2 jest generowanie siły równej i przeciwnie skierowanej do kierunku działania zakłócenia zewnętrznego  $w(t)$  w dowolnej chwili  $t$ . Jeżeli to zadanie będzie realizowane, to działanie zakłócające  $w(t)$  będzie eliminowane poprzez siłę  $f_a(t)$ , generowaną przez siłownik F. W wyniku tego masa M zawsze będzie znajdować się w wyjściowym położeniu równowagi. Efektywność wibroizolacji zależeć będzie od efektów „współpracy” siłownika z zakłóceniem zewnętrznym, zwłaszcza w okresie przejściowym, dla zapewnienia stabilizacji procesu dynamicznego.

Należy rozważyć, w jaki sposób teoria zakłóceń falowych może być wykorzystana do projektowania szybkiego aktywnego tłumika drgań, który w sposób automatyczny przystosowuje się do szerokiej klasy różnorodnych zakłóceń zewnętrznych  $f(t)$ .

Dynamikę wibratora przedstawionego na rysunku 2 opisuje następujące równanie [7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/M & -C/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f_a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} w(t) \quad (20)$$

gdzie: sztywność sprężyn  $K=k/2+k/2$ , zaś siła  $f_a(t)$  reprezentuje funkcję sterującą  $u(t)$ . Założono, że zakłócenia  $w(t)$  mają strukturę falową o znanych funkcjach bazowych  $f_i(t)$ . Taka interpretacja zakłóceń  $w(t)$  reprezentuje szeroką gamę fal, włączając również formy przejściowe.

Założono również, że odpowiednie równanie różniczkowe, spełnione przez  $w(t)$  ma postać liniową. Przy pełnej neutralizacji zakłóceń siła  $f_a(t)$ , generowana przez siłownik F, zgodnie z (11) stanowi sumę dwóch składowych  $f_a = f_d + f_p$ .

Biorąc pod uwagę analizowane wcześniej macierze  $B$ ,  $F$  i  $H$  określające sposób neutralizacji zakłóceń zewnętrznych zgodnie z (14) otrzyma się następujący warunek:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \Gamma \quad (21)$$

który może być spełniony przy  $\Gamma = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ . Tak więc składowa przeciwdziałania  $f_d$ , przy wykorzystaniu równania (17), przyjmuje następującą postać:  $f_d = -H\bar{z} = -\bar{z}_1$ .

Składowa  $f_p$  może przyjąć wartość zerową lub inną, gwarantującą wymagane ruchy przejściowe masy M. Na przykład uwzględniając równanie (8) siła  $f_p$  przyjmie następującą wartość:

$$f_p = (K \ M\omega^2) \bar{x}_1 + (C \ 2M\omega^2) \bar{x}_2 \quad (22)$$

gdzie  $\omega$  jest częstotliwością własną masy M.

Krok końcowy w projektowaniu nowego aktywnego układu wibroizolacji pojazdu szynowego polega na opracowaniu regulatora absorbującego zakłócenia zgodnie z przyjętym wcześniej kombinowanym przyrządem stanu, określonym zależnością (9). Należy zauważyć, że współrzędna  $y(t)$  może być mierzona w sposób bezpośredni, a więc przyjmując  $y = x$ , po uwzględnieniu zależności (2) otrzyma się  $C = [1 \ 0]$ .

Korzystając ze stałych macierzy  $A$ ,  $D$ ,  $F$  i  $H$ , występujących w równaniach (10) i (20) otrzyma się:

$$\dot{\varepsilon} = [R](\varepsilon) + \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (23)$$

gdzie  $\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{pmatrix}$  i macierz  $\mathbf{R}$  o wymiarach  $(\rho + 2) \times (\rho + 2)$  ma następującą postać:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} K_{11} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ (-K/M + K_{12}) & -C/M & M^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{21} & 0 & -q_\rho & 1 & 0 & \dots & 0 \\ K_{22} & 0 & -q_{\rho-1} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{2\rho} & 0 & -q_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Zatem zadanie sprowadza się do określenia takich współczynników ( $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ) i ( $K_{21}$ , ...,  $K_{2\rho}$ ) w macierzy (24), aby uchyb  $\varepsilon(t)$  dążył szybko do zera pomiędzy momentami pojawienia się kolejnych impulsów  $\sigma(t)$ . Warunek ten jest spełniony, jeżeli macierz  $\mathbf{R}$  będzie mocno stabilną, tj. jeżeli wszystkie jej wartości własne przyjmą „duże” ujemne części rzeczywiste. Istnieje wiele sposobów spełnienia tego warunku.

Zatem należy przyjąć, że  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\rho+2}\}$  jest jednym z wariantów określenia wartości własnych układu (20). Z tego wynika, że wielomian charakterystyczny przyjmie postać:

$$P_{Zel}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{\rho+2}) \quad (25)$$

lub

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{R}] = P_{Zel}(\lambda) \quad (26)$$

Korzystając z macierzy  $\mathbf{R}$  występującej w równaniu (23) można określić wartości liczbowe współczynników ( $K_{11}$ ,  $K_{12}$ , ...,  $K_{2\rho}$ ). Wartości wymagane współczynników ( $K_{11}$ ,  $K_{12}$ , ...,  $K_{2\rho}$ ) wzrastają wraz ze wzrostem części rzeczywistych  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, 2\rho$ ) występujących w zależności (25).

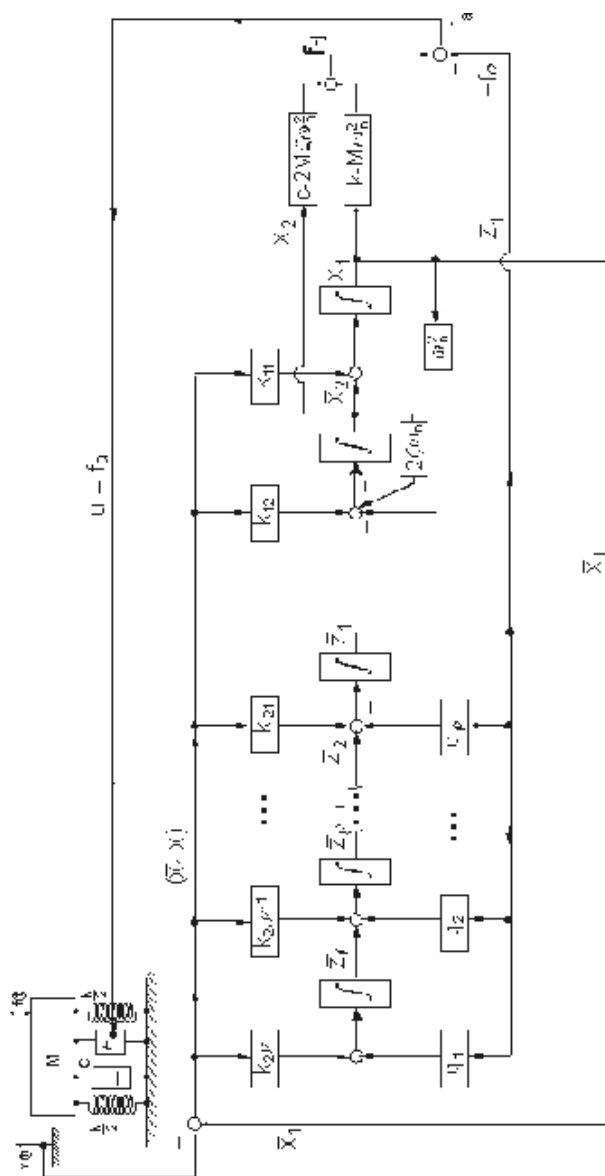
W praktyce ujemne części rzeczywiste w zakresie od  $-2$  do  $-4$  zazwyczaj dają wyniki zadowalające. Wykorzystując cyfrową postać współczynników  $K_{ij}$  można zbudować regulator stanu na bazie standardowych elementów elektronicznych.

Kończąc powyższe rozważania można przedstawić ogólną siłę sterującą  $f_a$  w formie syntetycznej [7]:

$$f_a = f_d + f_p = -\bar{z}_1 + (K - M\omega^2)\bar{x}_1 + (C - 2M\omega^2)\bar{x}_2 \quad (27)$$

Na rysunku 3 przedstawiono szczegółowy schemat blokowy układu regulacji z absorpcją zakłóceń dla wibratora pokazanego na rysunku 2.

Z rysunku 3 wynika, że siłownik absorbuje dowolną złożoną postać zakłócenia, przedstawionego w formie funkcji falowej. Ponadto, eliminuje szczyty rezonansowe tak charakterystyczne dla wibratorów klasycznych z pasywnymi tłumikami wibracji.



Rys. 3. Schemat blokowy układu regulacji z absorpcją zakłóceń dla wibratora pokazanego na rys. 2

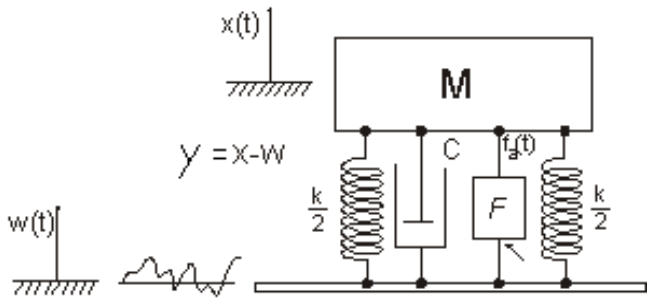
## 5.2. Zastosowanie falowej teorii zakłóceń w projektowaniu optymalnego siedziska maszynisty

W mechanice transportu niekiedy siła zewnętrzna jest wynikiem ruchów podstawy. Przykładem takiego zjawiska są wibracje siedziska maszynisty, gdzie w roli podstawy występuje nadwozie.

Model wibratora symulującego drgania siedziska maszynisty z uwzględnieniem nieprzewidywalnych falowych zakłóceń nadwozia lokomotywy  $w(t)$  przedstawiono na rysunku 4.

Dynamikę tego układu można opisać za pomocą następującego układu równań różniczkowych [7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/M & -C/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f_a(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K/M & C/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (28)$$



Rys. 4. Model wibratora siedziska maszynisty z aktywną absorpcją zakłóceń

gdzie funkcja zakłócająca  $w(t)$  odwzorowana jest wektorem dwuwymiarowym  $w = [w \dot{w}]$ .

W rozpatrywanym układzie przyjęto, że przemieszczenie względne  $y = x - w$  jest mierzone w sposób bezpośredni. Sygnał wyjściowy ma więc postać następującą:

$$y = Cx + Gw \quad (29)$$

Ogólny układ równań, odwzorowujący dynamikę wibratora z uwzględnieniem sygnału wyjściowego  $y(t)$  jest następujący:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{K}_1 \mathbf{C} & (\mathbf{F} + \mathbf{K}_1 \mathbf{G}) \mathbf{H} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{C} & \mathbf{D} + \mathbf{K}_2 \mathbf{G} \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} u \quad (30)$$

zaś odpowiadającą mu dynamikę uchybu można przedstawić zależnością:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{K}_1 \mathbf{C} & (\mathbf{F} + \mathbf{K}_1 \mathbf{G}) \mathbf{H} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{C} & \mathbf{D} + \mathbf{K}_2 \mathbf{G} \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} \quad (31)$$

W przypadku siedziska maszynisty  $w = [w \dot{w}]$  i  $y = x - w$ , tak więc  $\mathbf{C} = [1 \ 0]$  a  $\mathbf{G} = [-1 \ 0]$ .

Zakłada się, że przemieszczenia podstawy  $w(t)$  mają strukturę falową, zaś macierz  $\mathbf{H}$  przyjmie następującą postać:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1, & 0, & \dots, & 0 \\ -q_p, & 1, & \dots, & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} z_1 = v \\ z_2 = \dot{v} + q_p z \end{matrix} \quad (32)$$

Wykorzystując macierze  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{F}$  i  $\mathbf{H}$ , warunek pełnej absorpcji zakłóceń (15) będzie spełniony, jeżeli macierz  $\boldsymbol{\Gamma}$  przyjmie postać wektora parametrów wibratora, tj.:

$$\boldsymbol{\Gamma} = [(K - q_p C) C \ 0 \ \dots \ 0] \quad (33)$$

A więc składowa absorbująca  $f_d$  siły sterującej  $f_a$  powinna mieć postać:

$$f_d = -\boldsymbol{\Gamma} \bar{z} = -(K - q_p C) \bar{z}_1 - C \bar{z}_2 \quad (34)$$

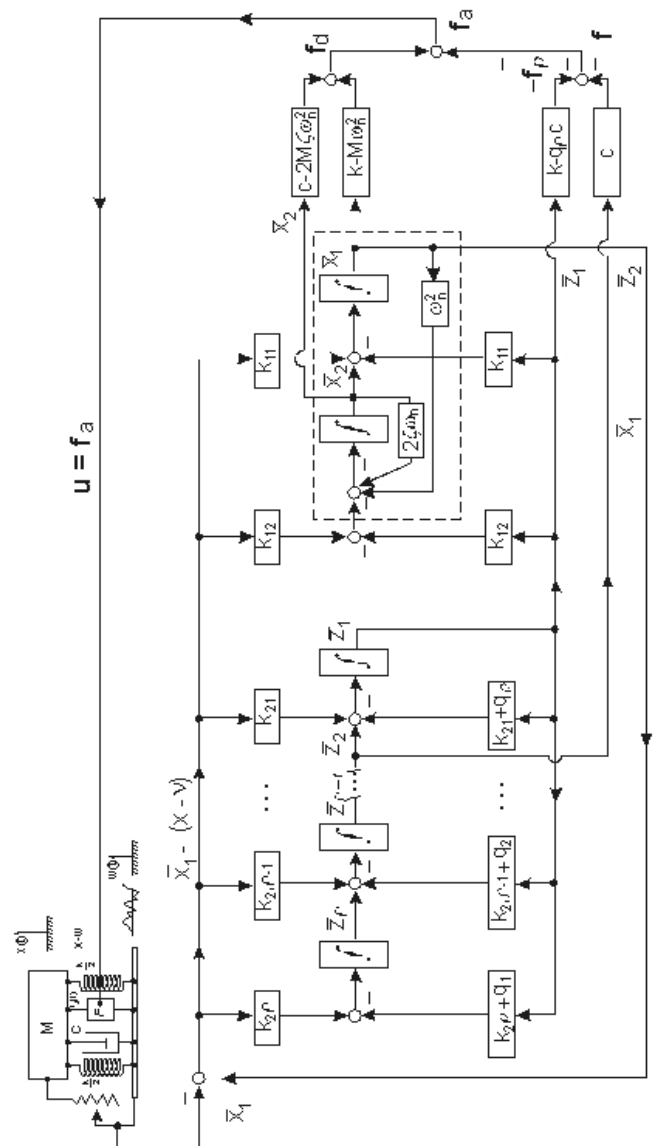
Druga składowa  $f_p$ , przyjmie wartość wg (22).

Korzystając z macierzy  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$  i  $\mathbf{H}$  dynamikę uchybu (31) można wyrazić zależnością (23), gdzie macierz  $\mathbf{R}$  o wymiarze  $(\rho + 2) \times (\rho + 2)$  ma następującą postać [7]:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 1 & -K_{11} & 0 & 0 \dots & 0 & 0 \\ (-K/M + K_{12}) & -C/M & (K/M - q_p C/M - K_{12}) & C/M & 0 \dots & 0 & 0 \\ K_{21} & 0 & (-K_{21} - q_p) & 1 & 0 \dots & 0 & 0 \\ K_{22} & 0 & (-K_{21} - q_{p-1}) & 0 & 1 \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 \\ K_{2p} & 0 & (-K_{2p} - q_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Z warunku  $\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{R}] = P(\lambda)$  określi się jej jedyne pożądane wartości własne.

Szczegółowy schemat blokowy odwzorowujący funkcjonowanie systemu informacyjnego z siłownikiem sterującym przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Schemat blokowy układu regulacji z absorpcją zakłóceń dla wibratora pokazanego na rys. 4.

Zaprezentowany układ będzie w sposób niezawodny utrzymywał siedzisko maszynisty w stanie równowagi,  $x = 0$  w dowolnej chwili czasu.

## 6. Zakończenie

Wprowadzenie technologii wibracji aktywnej w pojazdach szynowych staje się logiczną konsekwencją rozwijanych prędkości. Aktywnemu sterowaniu drgań sprzyja szybki rozwój technologii informatycznych.

Osiągnięcia techniki mikroprocesorowej na przestrzeni ostatnich dziesięciu lat nadały inny wymiar cyfrowym układom sterowania. Współczesna teoria sterowania nie może pomijać problematyki zakłóceń występujących w realnych złożonych systemach wielowymiarowych.

Przeciwdziałanie zakłóceniom jest starym i ważnym zadaniem w projektowaniu zamkniętych układów sterowania. Tradycyjne metody regulacji bazują na deterministycznej interpretacji zakłóceń lub przedstawieniu ich za pomocą modeli procesów stochastycznych. Pierwsze podejście reprezentuje zbyt uproszczone rozumienie przyrody zjawisk rzeczywistych, zaś drugie odzwierciedla nadmierny pesymizm i prowadzi do skomplikowanego opisu zakłóceń realnych.

W niniejszej pracy przedstawiono alternatywną metodę opisu zakłóceń nieokreślonych, bardziej dokładną niż podejście deterministyczne i nie tak złożoną jak modele procesów stochastycznych. Modele zakłóceń oparte na nowej interpretacji falowej mogą opisywać szeroką klasę realnych, nieokreślonych zakłóceń występujących w układach wibroizolacji pojazdów szynowych.

Wykorzystując falową metodę modelowania zakłóceń i współczesne metody zmiennych stanu, można budować nową klasę efektywnych zamkniętych układów sterowania nazywanych regulatorami przystosowywanymi się do zakłóceń, które mogą absorbować zakłócenia zewnętrzne w sposób automatyczny.

Rozpoczęto budowę regulatora do utrzymywania siedziska maszynisty w stanie równowagi i przewiduje się przeprowadzenie badań w tym zakresie.

Stosowanie aktywnych układów wibroizolacji sterowanych regulatorami przystosowywanymi się do zakłóceń pozwala nie tylko na prowadzenie monitoringu dynamiki pojazdów szynowych w czasie rzeczywistym, lecz również poprawia komfort jazdy.

Zaproponowany układ wibroizolacji aktywnej może przełamać istniejące bariery ekonomiczne w powszechnym stosowaniu aktywnych zawiesznień siedzisk w środkach transportu szynowego.

## LITERATURA

- [1.] Johnson C. D.: *Further Study of the Linear Regulator with Disturbances: The Case of Vector Disturbances Satisfying a Linear Differential Equation*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-15, 1970.
- [2.] Cisowski T.: *Zakłócenia w sterowaniu układu dynamicznego tor-pojazd szynowy*. *Pojazdy szynowe* Nr 2/2003.
- [3.] Johnson C. D.: *Algebraic Solution of the Servomechanism Problem with External Disturbances*, *ASME Transactions, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, March 1974.
- [4.] Johnson C.D.: *Proc. 3rd Southeastern Symp. Syst. Theory*, Atlanta, G.A., 1971.
- [5.] Johnson C.D.: *IEEE Trans. Auto. Cont. AC-16*, 1971
- [6.] Penrose R.: *Proc. Cambridge Phil., Soc.*, 51, 406, 1955.
- [7.] Cisowski T.: *Совершенствоование систем управления колебаниями подвижного состава железных дорог*. *Rozprawa habilitacyjna*, MIIT, Moskwa 2001.