

Dobór nieliniowego ciągłego modelu podłoża toru z wykorzystaniem wyników badań eksperymentalnych

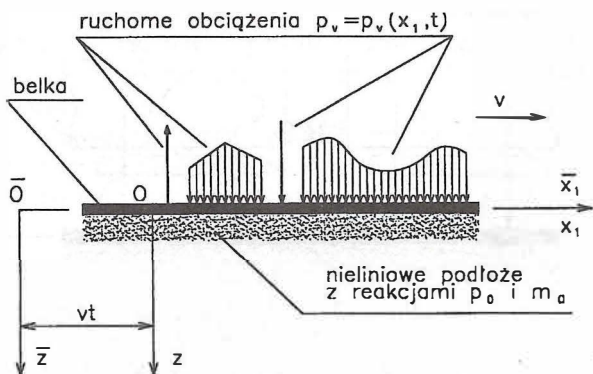
Artykuł dotyczy analizy drgań toru, spowodowanych przejazdem pociągu, z uwzględnieniem nieliniowości podłoża. Zaprezentowano metodę analizy i przykład obliczeniowy optymalnego doboru parametrów założonego typu nieliniowości na podstawie przeprowadzanej symulacji komputerowej. Celem jest przedstawienie metody doboru parametrów nieliniowego modelu podłoża. Model ten pozwala na wyznaczanie rozwiązań opisujących ugięcia toru, spowodowane przejazdem obciążenia, możliwe bliskich ugięciom rejestrowanym podczas badań eksperymentalnych na rzeczywistym torze. Metoda ta oparta jest na wykorzystaniu przebiegu, znanego jako, zarejestrowanego ugięcia.

1. Wstęp

Artykuł stanowi kontynuację rozważań dotyczących zagadnienia modelowania układu pojazd szynowy-tor i jego badań symulacyjnych [1, 2, 3, 4, 6 i 7]. Przedstawiono skrócony opis i przykład identyfikacji badanego układu łącznie z optymalnym doбором wartości parametrów przyjętego, nieliniowego podłoża. Celem pracy jest przedstawienie metody pozwalającej na szybkie wyznaczenie parametrów modelu, który pozwoli następnie drogą symulacji komputerowej uzyskiwać wyniki możliwie bliskie do wyników badań rzeczywistych. Ma to znaczenie przy obniżeniu kosztów badań i zwiększaniu ich efektywności

2. Układ dynamiczny i równania różniczkowe jego ruchu

Do analizy przyjęto układ dynamiczny w postaci prostoliniowej, nieskończonej długiej belki o modelu Timoshenki, opartej na jednorodnym podłożu, po której porusza się ze stałą prędkością niezmienny w czasie zespół obciążeń składający się z sił skupionych i obciążeń ciągłych o dowolnym rozkładzie, czyli o dowolnym kształcie opisującej je funkcji (rysunek 1).



Rys. 1. Model układu dynamicznego z reakcjami (opis reakcji w pracy)

Wprowadzono nieruchomy układ współrzędnych $\bar{O}\bar{x}_1\bar{z}$ związany z belką oraz ruchomy układ współrzędnych Ox_1z związany z poruszającym się wzdłuż belki obciążeniem. Ruch belki w układzie nieruchomym opisano następującym układem równań różniczkowych cząstkowych:

$$\begin{aligned} \kappa AG \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \bar{x}_1^2} - \frac{\partial \psi}{\partial \bar{x}_1} \right) - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_v - p_0 &= 0, \\ EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{x}_1^2} + \kappa AG \left(\frac{\partial w}{\partial \bar{x}_1} - \psi \right) - \rho r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - N \frac{\partial w}{\partial \bar{x}_1} - m_0 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: A – pole powierzchni przekroju belki, E – moduł sprężystości podłużnej, G – moduł sprężystości poprzecznej, I – moment bezwładności przekroju belki, m_0 – zewnętrzne obciążenie reakcyjne momentowe rozłożone w sposób ciągły, N – zadana siła podłużna, p_v – zadane ruchome obciążenie ciągłe, p_0 – zewnętrzne obciążenie reakcyjne siłowe rozłożone w sposób ciągły, r – promień bezwładności przekroju belki ($I = A r^2$), t – czas, w – ugięcie belki, κ – współczynnik ścinania Timoshenki, ρ – gęstość liniowa (masa jednostki długości) belki, ψ – kąt obrotu przekroju belki.

Przyjęto, że linię ugięcia belki: $w = w(\bar{x}_1, t)$ wywołują następujące obciążenia:

$$p_v = p_v(\bar{x}_1, t), \quad p_0 = p_0(\bar{x}_1, t), \quad m_0 = m_0(\bar{x}_1, t)$$

oraz N .

Zewnętrzne obciążenia reakcyjne siłowe i momentowe zależą od przemieszczeń spowodowanych przejazdem ruchomego obciążenia i wyrażają się następującymi wzorami:

$$p_0 = c_p w + b_p \frac{\partial w}{\partial t} + p_0^*(w, \frac{\partial w}{\partial t}), \quad m_0 = c_m \psi + b_m \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

gdzie: p_0^* – oznacza składnik nieliniowy, c_p, c_m – stałe sprężystości składowej liniowej charakterystyki podłoża odniesione do jednostki długości belki, b_p, b_m – stałe tłumienia składowej liniowej charakterystyki podłoża odniesione do jednostki długości belki. Szczegóły wyprowadzeń i przekształceń przedstawiono w pracy [7].

3. Zarys metody analizy modelu matematycznego

Poszukując rozwiązań stacjonarnych wprowadzono nowe bezwymiarowe zmienne:

$$x = \frac{\bar{x}_1 - vt}{r}, \quad u = \frac{w}{w_s},$$

gdzie: v oznacza prędkość ruchu obciążenia (jazdy pociągu), a w_s przyjętą stałą, dodatnią wartość ugięcia w . W układzie ruchomym równania drgań belki (1) przyjmują postać równań różniczkowych zwyczajnych. W wyniku eliminacji kąta ψ oraz wprowadzenia kilku bezwymiarowych parametrów, otrzymano jedno równanie różniczkowe zwyczajne czwartego rzędu na $u(x)$, które w formie zwartej jest następujące:

$$F[u(x)] + f[u(x)] = g_p[\bar{p}_v(x)]. \quad (2)$$

W równaniu tym wprowadzono następujące oznaczenia:

$$F[u(x)] = D(V^2)u^{(4)} - 2V[B(V^2 - V_1^2) + b(V^2 - V_2^2)]u'' + [V^2(V_1^2 + 1 + 4bB + C) - (S + C)V_1^2 - V_2^2]u'' - 2V[b(V_1^2 + C) + B]u' + (V_1^2 + C)u,$$

$$f[u(x)] = (V^2 - V_2^2)\bar{p}_0^* u'' - 2BV\bar{p}_0^* + (V_1^2 + C)\bar{p}_0^* u,$$

$$g_p[\bar{p}_v(x)] = (V^2 - V_2^2)\bar{p}_v''(x) - 2BV\bar{p}_v'(x) + (V_1^2 + C)\bar{p}_v(x).$$

W równaniu (2) występują odpowiednio przyjęte parametry bezwymiarowe i inne pomocnicze wielkości opisane wyrażeniami:

$$D(V^2) = (V^2 - V_1^2)(V^2 - V_2^2), \quad V = \frac{v}{r} \sqrt{\frac{\rho}{c_p}},$$

$$V_1 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\kappa AG}{c_p}}, \quad V_2 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{EA}{c_p}}, \quad b = \frac{b_p}{2\sqrt{c_p \rho}},$$

$$B = \frac{b_m}{2r^2 \sqrt{c_p \rho}}, \quad S = \frac{N}{r^2 c_p}, \quad C = \frac{c_m}{r^2 c_p},$$

$$\bar{p}_0^* = \bar{p}_0^*[u(x), u'(x)] = \frac{p_0^*}{p_s}, \quad p_s = c_p w_s,$$

$$\bar{p}_v = \bar{p}_v(x) = \frac{p_v}{p_s}, \quad (') \text{ oznacza } \frac{d}{dx}.$$

Równanie (2) opisuje zatem ruch belki w układzie ruchomym Ox_1z . W równaniu tym $F[u(x)]$ jest operatorem liniowym a $f[u(x)]$ operatorem nieliniowym. W pracy [5] pokazano, że wpływ składnika nieliniowego może być uwzględniony przez wprowadzenie dodatkowego, obliczeniowego ruchomego obciążenia ciąglego określonego wyrażeniem $\bar{p}_{va}(x) = -\bar{p}_0^*[u(x), u'(x)]$, poruszającego się wraz z zadaniem obciążeniem eksploatacyjnym $\bar{p}_v(x)$. Równanie (2), po przekształceniu, przyjmie zatem postać:

$$F[u(x)] = g_p[\bar{p}_v(x) + \bar{p}_{va}(x)]. \quad (3)$$

Analizę nieliniowego równania różniczkowego (3) przeprowadzono metodą iteracyjną, opisaną szerzej w pracy [2]. W metodzie tej kolejne przybliżenia funkcji $u(x)$, występującej po lewej stronie równania (3), wyznaczono na podstawie rozwiązania poprzedniego, podstawianego do $\bar{p}_{va}(x)$, przy czym w pierwszej iteracji analizy układu nieliniowego podstawiamy rozwiązanie przypadku liniowego $u(x) = u_0(x)$ wyznaczone z równania:

$$F[u(x)] = g_p[\bar{p}_v(x)],$$

belki z podłożem o liniowych charakterystykach, stanowiące pierwsze przybliżenie przypadku nieliniowego.

4. Metoda i przykład identyfikacji parametrów nieliniowego podłoża

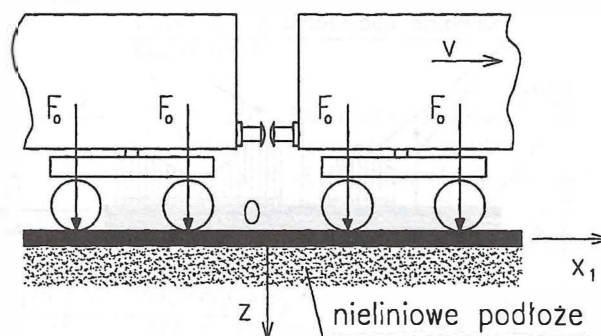
Rysunek 2 przedstawia przyjęty do dalszej analizy model dynamiczny, którego główne parametry odpowiadają rzeczywistym.

Zamieszczony przykład obliczeniowy ilustruje sposób doboru parametrów nieliniowości podłoża, umożliwiając wyznaczenie metodą symulacji komputerowej ugięć toru w układzie nieliniowym, możliwie bliskich znanym ugięciom, na przykład zarejestrowanym doświadczalnie na rzeczywistej linii kolejowej. Analizowano przejazd z prędkością 250 km/h dwóch wózków sąsiednich wagonów pociągu ekspresowego. Przyjęto, że naciski statyczne wszystkich czterech zestawów kołowych są równe i podobnie jak w rzeczywistym pociągu wynoszą po 140 kN.

W przypadku liniowym bezwymiarowe ruchome obciążenie złożone tylko z czterech sił skupionych o stałych wartościach F_0 działających w punktach x_{fj} ($j = 1, 2, 3$ i 4) zapisane jako obciążenie ciągle ma następującą postać:

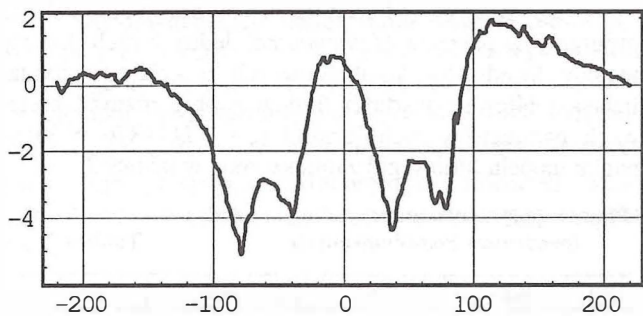
$$\bar{p}_v(x) = \frac{F_0}{p_s r} [\delta(x - x_{f1}) + \delta(x - x_{f2}) + \delta(x - x_{f3}) + \delta(x - x_{f4})],$$

gdzie $\delta(z)$ oznacza dystrybucję Diraca argumentu z przyjmującego kilka podanych wyżej wartości.



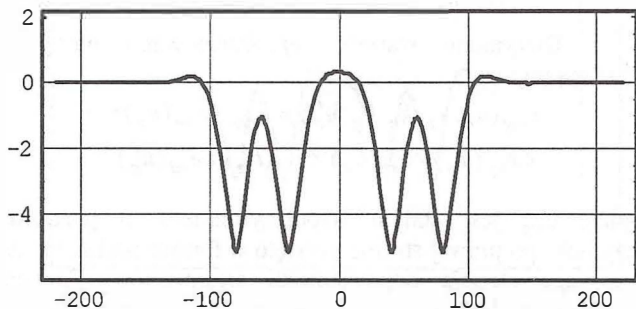
Rys. 2. Model przyjęty do analizy

Zarejestrowana podczas rzeczywistego przejazdu linia ugięcia toru jest znana i była opublikowana w pracy [8]. W przyjętych w prezentowanej metodzie współrzędnych bezwymiarowych ma ona postać przedstawioną na rys. 3.



Rys. 3. Linia ugięcia toru na nieliniowym podłożu

Początkowe parametry modelu zbliżonego do układu rzeczywistego przyjmują w taki sposób, aby analiza układu liniowego, będącego pierwszym przybliżeniem układu nieliniowego dawała linię ugięcia podobną do pokazanej na rysunku 3. Przyjęto, że: $c_p = 230 \text{ MN/m}^2$, $b_p = 96 \text{ kNs/m}^2$, $p_s = 20 \text{ kN/m}$, $\rho = 250 \text{ kg/m}$, rozstaw osi wózka 2,5 m, szyna UIC 60. Następnie przeprowadzono symulację komputerową przejazdu dla przyjętego obciążenia (czterech ruchomych sił skupionych) wzdłuż belki na podłożu o charakterystykach liniowych (przypadek liniowy). W wyniku otrzymano funkcję bezwymiarowego ugięcia toru przedstawioną na rysunku 4.



Rys. 4. Ugięcia toru w przypadku liniowym

Bezwymiarowe, pionowe siły skupione mają wartości równe 110 i odpowiadają naciskom po 140 kN w układzie wymiarowym. Siły rozmieszczone są na osi Ox w punktach o współrzędnych: -80, -40, 40 i 80. Z porównania przedstawionych wykresów na rysunkach 3 i 4 wynika, że wyniki analizy teoretycznej układu liniowego i wynikające z eksperymentu na rzeczywistych torach różnią się. Można wykazać, że odpowiedniejszym modelem układu dynamicznego pojazd szynowy – tor jest model uwzględniający nieliniowość podtorza. Zapewnić on może mniejsze różnice pomiędzy wynikami analiz komputerowych a wynikami pomiarów.

Zewnętrzne obciążenia reakcyjne siłowe p_0 , w układzie bezwymiarowym rozłożono na dwa składniki i przedstawiono przy pomocy wzoru:

$$\bar{p}_0[u(x), u'(x)] = \bar{p}_{0e}[u(x)] + \bar{p}_{0d}[u'(x)],$$

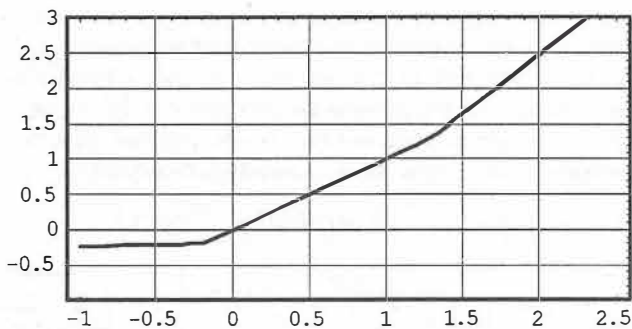
gdzie:

$$\bar{p}_{0e}[u(x)] = u(x) + \bar{p}_e^*[u(x)]$$

jest sprężystą bezwymiarową reakcją podłoża przedstawioną w funkcji u na rysunku 5, a składnik:

$$\bar{p}_{0d}[u'(x)] = -2bV u'(x) + \bar{p}_d^*[u'(x)]$$

jest tłumiącą bezwymiarową reakcją podłoża przedstawioną w funkcji $(-u')$ na rysunku 6.

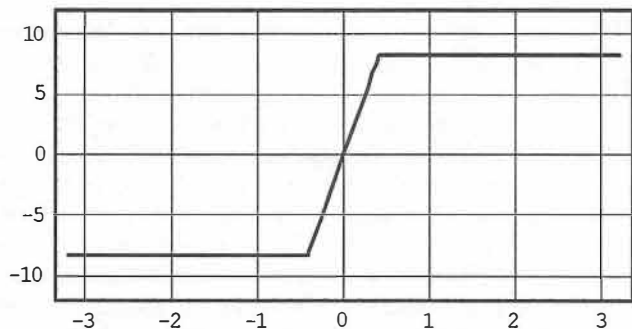


Rys. 5. Bezwymiarowa nieliniowa charakterystyka sprężystości

Przedstawienie tej charakterystyki w funkcji $(-u')$ zamiast u' , ma na celu jej upodobnienie do charakterystyki wymiarowej, zbliżonej do tarcia suchego. W powyższych wzorach wyrazy z gwiazdką oznaczają składniki nieliniowe.

Model nieliniowej charakterystyki sprężystości $\bar{p}_{0e}(u)$, zgodnie z rysunkiem 5, przyjęto w postaci podwójnie łamanej linii, opisanej parametrami: u_n i u_p , oznaczającymi odcięte punktów załamania oraz k_n i k_p oznaczającymi współczynniki kierunkowe skrajnych odcinków charakterystyki odpowiednio przy ujemnym (indeks n) i dodatnim (indeks p) ugięciu $u(x)$ toru. Liniowa (środkowa) część charakterystyki sprężystości ma współczynnik kierunkowy równy 1.

Zalozony model nieliniowej charakterystyki tłumienia przedstawiono na rysunku 6. Jest to charakterystyka tłumienia odcinkami łamana, typu przybliżonego do tarcia suchego, opisana przez odcięte punktów załamania (początków półprostych poziomych) u'_d i $(-u'_d)$, przy przyjętym, ustalonym współczynniku kierunkowym odcinka charakterystyki, przechodzącego przez początek układu współrzędnych.



Rys. 6. Bezwymiarowa, nieliniowa charakterystyka tłumienia

Chcąc zbadać wpływ poszczególnych parametrów, opisujących przyjęte nieliniowe charakterystyki sprężystości i tłumienia podtorza na ugięcie toru, zastosowano matematyczną teorię planowania eksperymentu. Przyjęto dla uproszczenia badanie wpływu na ugięcie toru pięciu parametrów charakterystyki podłoża: u_n , u_p , k_n , k_p , u'_d . Ponieważ wpływ każdego z nich będziemy analizowany na pięciu poziomach wartości, analiza jednoparametrowa wymagałaby wykonania dużej liczby symulacji z trudnymi do opracowania wynikami. Przy takim podejściu zadanie jest praktycznie niewykonalne.

Do rozwiązywania tak złożonych problemów konieczne jest zastosowanie analizy wieloparametrowej. W naszym przypadku zastosowano metodę kwadratów kombinowanych planowania eksperymentu podobnie jak w pracy [5], gdzie zastosowano ją do badania procesów zachodzących w silnikach z zapłonem samoczynnym.

Wartości rozpatrywanych parametrów Tablica 1.

Poziom wartości	Parametr				
	u_n	u_p	k_n	k_p	u'_d
1	-0,25	0,1	0,05	1,20	0,05
2	-0,20	0,4	0,25	1,35	0,15
3	-0,15	0,7	0,45	1,50	0,25
4	-0,10	1,0	0,65	1,65	0,35
5	-0,05	1,3	0,85	1,80	0,45

Po założeniu zakresów zmienności poszczególnych parametrów do identyfikacji przyjęto następnie ich wartości. Zbiory wartości tych parametrów zamieszczone są w tablicy 1.

Na podstawie przyjętych powyżej wartości parametrów (zmiennych decyzyjnych) opracowano plan eksperymentu numerycznego metody kwadratów kombinowanych przedstawiony w tablicy 2. Składa się on z 25 różnych zestawów parametrów charakterystyk nieliniowych podtorza, których wartości przyjęto posługując się tablicą 1. Do każdego z 25 zestawów parametrów z tablicy 2 wyznaczono – opisaną w pracy [5] metodą symulacji komputerowej – ugięcie toru $u_{teor}(x)$. Do prowadzenia badań symulacyjnych ugięcia toru wywołanego przejazdem pociągu zostało opracowane w pakiecie *Mathematica* kilka własnych programów. Jeden z nich służy do wyznaczania dodatkowych obciążeń obliczeniowych, które działając wraz z obciążeniami eksploatacyjnymi powodują, że analizowany układ liniowy zachowuje się tak, jak układ nieliniowy pod wpływem wyłącznie obciążeń eksploatacyjnych. Zapisuje on dane do drugiego programu, obliczającego ugięcie toru spowodowane zespołem ruchomych obciążeń eksploatacyjnych i obliczeniowych. Zastosowana, iteracyjna metoda poszukiwania rozwiązań, analogiczna do opisanej w pracy [9], różni się od niej sposobem uwzględnienia dodatkowych obciążeń obliczeniowych. W poprzednich opracowaniach obciążenia te były przybliżane zespołem obciążeń stałych na danym odcinku. W niniejszej pracy przybliżono je wielomianami do stopnia trzeciego wyłącznie. Pozwala to na zwiększenie dokładności i skrócenie czasu obliczeń. Następnie dla każdego $u_{teor}(x)$ obliczamy wartość funkcji zbliżenia ugięcia wyznaczonego teoretycznie do uzyskanego w wyniku pomiarów $u_{exp}(x)$, przedstawionego na rysunku 3. Funkcję tę w odpowiednio długim przedziale $\langle x_n, x_p \rangle$ zmienności argumentu, czyli w przedziale, w którym wyraźnie występują ugięcia podłoża, zdefiniowano przy pomocy wzoru opisującego średniokwadratowe dopasowanie teoretycznej bezwymiarowej funkcji ugięcia do analogicznej funkcji pochodzącej z eksperymentu:

$$e(u_n, u_p, k_n, k_p, u'_d) = \sqrt{\frac{1}{x_p - x_n} \int_{x_n}^{x_p} [u_{teor}(x) - u_{exp}(x)]^2 dx}$$

Do dalszych obliczeń zostały wykorzystane kolejne programy w pakiecie *Mathematica*. Jeden z nich dotyczy metody kwadratów kombinowanych a kolejny optymalizacji. Obliczone wartości funkcji e przy różnych zestawach parametrów nieliniowości ($e = 3,7111876$ w przypadku modelu liniowego) zamieszczono w tablicy 3.

Plan eksperymentu numerycznego metody kwadratów kombinowanych

Tablica 2.

	u_{n1}	u_{n2}	u_{n3}	u_{n4}	u_{n5}
u_{p1}	k_{n1}, u'_{d1}, k_{p1}	k_{n2}, u'_{d2}, k_{p2}	k_{n3}, u'_{d3}, k_{p3}	k_{n4}, u'_{d4}, k_{p4}	k_{n5}, u'_{d5}, k_{p5}
u_{p2}	k_{n2}, u'_{d5}, k_{p4}	k_{n3}, u'_{d1}, k_{p5}	k_{n4}, u'_{d2}, k_{p1}	k_{n5}, u'_{d3}, k_{p2}	k_{n1}, u'_{d4}, k_{p3}
u_{p3}	k_{n3}, u'_{d4}, k_{p2}	k_{n4}, u'_{d5}, k_{p3}	k_{n5}, u'_{d1}, k_{p4}	k_{n1}, u'_{d2}, k_{p5}	k_{n2}, u'_{d3}, k_{p1}
u_{p4}	k_{n4}, u'_{d3}, k_{p5}	k_{n5}, u'_{d4}, k_{p1}	k_{n1}, u'_{d5}, k_{p2}	k_{n2}, u'_{d1}, k_{p3}	k_{n3}, u'_{d2}, k_{p4}
u_{p5}	k_{n5}, u'_{d2}, k_{p3}	k_{n1}, u'_{d3}, k_{p4}	k_{n2}, u'_{d4}, k_{p5}	k_{n3}, u'_{d5}, k_{p1}	k_{n4}, u'_{d1}, k_{p2}

Wartości funkcji zbliżenia e Tablica 3.

3,47023	3,36764	3,18833	3,07312	2,99311
3,13459	3,08291	3,55301	3,35578	3,21846
3,36197	3,27119	3,22006	3,18967	3,52538
3,20351	3,49780	3,39866	3,35441	3,32193
3,44723	3,32380	3,25053	3,51903	3,47794

Otrzymane wartości aproksymowano następnie funkcją regresji:

$$e_{reg}(u_n, u_p, k_n, k_p, u'_d) = c_{reg} \times e_{in}(u_n) \times \dots \times e_{up}(u_p) \times e_{kn}(k_n) \times e_{kp}(k_p) \times e_{ud}(u'_d)$$

gdzie c_{reg} jest stałym współczynnikiem, a pozostałe czynniki po prawej stronie przyjęto w formie wielomianów trzeciego stopnia odpowiednich argumentów. Funkcja regresji przedstawia się następująco:

$$e_{reg} = 0,00834601(3,19384 + 0,202981u_p - 0,0736773u_p^2 + 0,03134u_p^3) \times (3,30067 + 0,0657088u_n + 1,04657u_n^2 + 1,96955u_n^3) \times (3,32237 + 0,0257014k_n - 0,0450504k_n^2 + 0,0524504k_n^3) \times (3,24285 + 1,96715u'_d - 9,28282u'_d^2 + 11,0998u'_d^3) \times (6,05462 - 3,78582k_p + 1,76053k_p^2 - 0,308942k_p^3)$$

Przy wyznaczaniu wielomianów danej zmiennej, stanowiących kolejne czynniki w funkcji regresji, uwzględniane są odpowiednio wybrane z planu eksperymentu numerycznego metody kwadratów kombinowanych i uśrednione wartości funkcji aproksymowanych zmniejszające wpływ na dobierany wielomian pozostałych zmiennych [8].

Po wyznaczeniu funkcji e_{reg} (funkcji celu) przeprowadzono optymalizację z ograniczeniami przedziałowymi polegającą na wyznaczeniu minimum tej funkcji z uwzględnieniem założonych zakresów zmienności poszczególnych parametrów:

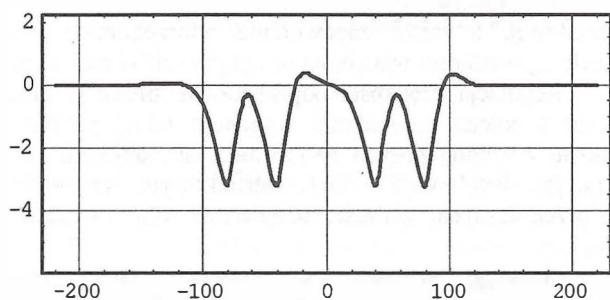
$$u_n \in \langle -0,25, -0,05 \rangle, \quad u_p \in \langle 0,10, 1,30 \rangle, \\ k_n \in \langle 0,05, 0,85 \rangle, \quad k_p \in \langle 1,20, 1,80 \rangle, \\ u'_d \in \langle 0,05, 0,45 \rangle.$$

Do optymalizacji zastosowano metodę losową pozwalającą na wyznaczenie możliwie najlepszego punktu startowego a następnie metodę gradientową. Ograniczenia uwzględniono za pomocą funkcji kary. W wyniku otrzymujemy $e_{\min} = 2,986$ oraz następujące optymalne wartości parametrów przyjętych charakterystyk (zmiennych decyzyjnych optymalizacji) założonego nieliniowego modelu podłoża:

$$(u_{n\ opt}, u_{p\ opt}, k_{n\ opt}, k_{p\ opt}, u'_{d\ opt}) = (-0,05; 0,1; 0,784308; 1,8; 0,415001)$$

Można zauważyć, że trzy parametry przyjmują wartości brzegowe. Powyższe optymalne wartości parametrów nieliniowości umożliwiły wyznaczenie metodą symulacji komputerowej odpowiadającej im linii ugięcia toru. Otrzymana w wyniku linia przedstawiona jest na rysunku 7.

Wyznaczone i przedstawione na rysunku 7 wynikowe ugięcie toru ma postać asymetryczną, podobnie jak w przypadku rzeczywistym (większe uniesienie toru przed pojazdem oraz przesunięcie maksimum uniesienia pomiędzy wózkami w kierunku wózka drugiego). Zatem model uwzględniający nieliniowość podłoża jest bliższy układowi rzeczywistemu niż model liniowy.



Rys. 7. Wynikowe ugięcie toru z uwzględnieniem nieliniowości

5. Uwagi końcowe

Na podstawie powyższej analizy, zilustrowanej zamieszczonym przykładem, można stwierdzić, że przyjmując model uwzględniający nieliniowość podłoża, po odpowiednim doborze jej parametrów, zaprezentowana metoda pozwala uzyskiwać wyniki bliższe wynikom badań eksperymentalnych, niż w przypadku zastosowania w analizie modelu liniowego. Warto w tym miejscu zauważyć, że właściwy dobór przedziałów zmienności parametrów nieliniowości ma duży wpływ na dokładność analizy. Przyjęcie zbyt małych ich długości może powodować pominięcie w badaniach obszaru, w którym istnieje rozwiązanie lepsze od znalezionego. W podanym przykładzie, optimum otrzymano przy wartościach brzegowych trzech rozpatrywanych parametrów. Celowym może być powtórzenie analizy przy zwiększonych długościach tych przedziałów. Pamiętać jednak należy, że przyjęcie zbyt dużych obszarów zmienności może prowadzić do braku zbieżności ciągu kolejnych przybliżeń rozwiązania. Zagadnienie to będzie przedmiotem dalszych badań. Zbliżenie do wyników z pomiarów eksperymentalnych zależy jednak nie tylko od właściwego doboru typu i wartości parametrów nieliniowości sprężystości i tłumienia podłoża, ale także od przyjętych pozostałych wartości parametrów układu rzeczywistego.

Ponieważ dysponowano tylko niektórymi parametrami rzeczywistego układu badanego przez koleje DB, to pozostałe przyjęto arbitralnie. Wymienione czynniki sprawiły, że uzyskane zbliżenie nie jest doskonałe. Ważne jest, że przedstawiona metoda identyfikacji modelu połączona z optymalizacją funkcji celu i wyznaczeniem najlepszych wartości parametrów modelu okazała się skuteczna. Zastosowanie jej może ułatwiać i przyspieszać tworzenie takich modeli układów rzeczywistych, które powinny być przydatne do zastosowania w praktyce. W przypadku właściwego doboru parametrów jest zatem przydatnym narzędziem stosowanym do badań rzeczywistych oddziaływań w układzie dynamicznym pojazd szynowy-tor.

Literatura

- [1] Cichocki Z., Grzyb A., *Analiza drgań belki Timoshenki przy ruchomych obciążeniach ciągłych o dowolnym kształcie*. Zbiór referatów IV Warsztatów Naukowych PTSK – Jelenia Góra 1997, Symulacja w badaniach i rozwoju, Warszawa 1998.
- [2] Cichocki Z., Grzyb A., *Nieliniowość podłoża przy modelowaniu układu dynamicznego pojazd szynowy-tor*. Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna: "Pojazdy Szynowe Nowych Generacji" Katowice – Ustroń – Chorzów, 21–22 maja 1999 r. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 1415, Transport, z. 35, Gliwice, 1999.
- [3] Cichocki Z., Grzyb A., *Wpływ wybranych parametrów nieliniowego podłoża na zachowanie układu dynamicznego pojazd szynowy-tor*. XIV Konferencja Naukowa Pojazdy Szynowe 2000: "Pojazdy szynowe na przełomie wieków" Kraków – Arłamów, 9–13 października 2000, t. 1.
- [4] Cichocki Z., Grzyb A., *Identyfikacja parametrów nieliniowego podłoża toru kolejowego*. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej nr 28, 2001.
- [5] Fedorec V. A., Stokov A. P., *Primenenie metoda kombinacionnych kvadratov k issledovaniju processa toplivopodači v dizeljah*. Dvigateli vnutrennego sgoranija, Resp. mežved. nauč.-tehn. sbornik. Har'kov: "Višča škola", vyp. 2, 1980.
- [6] Grzyb A., *Drgania układów ciągłych pod wpływem bezinercyjnych obciążeń ruchomych w zastosowaniu do problemów transportu*. Monografia nr 174, Politechnika Krakowska s. Mechanika, 1994.
- [7] Grzyb A., *Podstawy teoretyczne analizy nieliniowego układu dynamicznego pojazd-tor*. Politechnika Krakowska, Zeszyt nr 10, 1996.
- [8] Hochbruck H., Knothe K., Meinke P., *Elastische Zwischenlagen im Gleis lösen Schwingungsprobleme*. Systemdynamik der Eisenbahn, Hennigsdorf 13, 14 X 1994.