

Klasa sześciostanowych niezawodnościowych markowskich modeli pojazdów szynowych

Pracę poświęcono niezawodnościowym sześciostanowym markowskim modelom pojazdów szynowych. Zidentyfikowano sześć stanów eksploatacyjnych pojazdów szynowych. Na tej bazie zbudowano grafy stanów czterech sześciostanowych matematycznych modeli pojazdów szynowych. Sformułowano założenia i dokonano rozwiązań modeli. Wynikiem rozwiązań są m.in. formuły na prawdopodobieństwa stanów modeli pojazdów szynowych. Opisano symulator komputerowy jednego z modeli matematycznych. Sformułowano przykładowy problem badawczy. Podano wynik rozwiązania problemu badawczego.

1. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest całościowa prezentacja pewnej koncepcji modelowania niezawodnościowego pojedynczego pojazdu szynowego. Koncepcja opiera się na odwzorowaniu pojazdu szynowego modelem sześciostanowym.

Zakres pracy określa realizacja następujących zadań badawczych:

- Zdefiniowanie sześciostanowego procesu eksploatacji pojazdu szynowego.
- Stworzenie klasy matematycznych sześciostanowych niezawodnościowych modeli pojazdu szynowego.
- Oprogramowanie i opis komputerowego symulatora klasy sześciostanowych niezawodnościowych modeli pojazdu szynowego.
- Sformułowanie i rozwiązanie przykładowego problemu badawczego.

2. Sześciostanowe modele matematyczne pojazdu szynowego

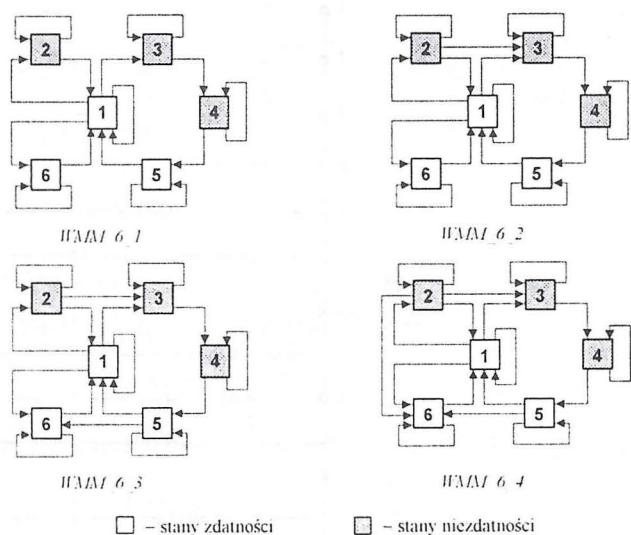
2.1. Stany stochastycznego procesu eksploatacji pojazdu szynowego

Proces eksploatacji pojedynczego pojazdu szynowego może być odwzorowany sześciostanowym procesem stochastycznym. Niech będzie procesem stochastycznym o wartościach ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, przy czym:

- $Z_6(t) = 1$, gdy w chwili t pojazd szynowy jest użytkowany (realizuje zadania),
- $Z_6(t) = 2$, gdy w chwili t pojazd szynowy jest naprawiany w jednostce macierzystej (JM),
- $Z_6(t) = 3$, gdy w chwili t pojazd szynowy oczekuje w JM na przesłanie lub jest przesyłany do specjalnych zakładów naprawczych (ZN) w celu dokonania w nich naprawy okresowej lub dodatkowej,
- $Z_6(t) = 4$, gdy w chwili t pojazd szynowy przebywa w ZN (oczekuje na naprawę lub jest naprawiany),
- $Z_6(t) = 5$, gdy w chwili t pojazd szynowy oczekuje na odbiór po naprawie w ZN lub jest przesyłany po naprawie w ZN do jednostki macierzystej lub oczekuje w niej na włączenie do realizacji zadań,
- $Z_6(t) = 6$, gdy w chwili t pojazd szynowy przebywa w rezerwie w JM.

2.2. Grafy stanów pojazdu szynowego

Na podstawie identyfikacji stanów stochastycznego procesu eksploatacji pojazdu szynowego oraz na podstawie uwzględnienia możliwych przejść między tymi stanami zostały zbudowane grafy stanów modeli pojazdu szynowego pokazane na rysunku 1.



Rys. 1. Grafy stanów sześciostanowych modeli pojazdu szynowego, gdzie: 1 – stan realizacji zadań przez pojazd (praca, użytkowanie), 2 – stan naprawy bieżącej pojazdu w jednostce macierzystej, 3 – stan oczekiwania pojazdu w jednostce macierzystej na przesłanie do specjalnych zakładów naprawczych w celu dokonania naprawy przekraczającej możliwości jednostki macierzystej lub naprawy okresowej i przesyłania pojazdu do specjalnych zakładów naprawczych, 4 – stan pobytu pojazdu w specjalnych zakładach naprawczych, 5 – stan przesyłania pojazdu do jednostki macierzystej po pobycie w specjalnych zakładach naprawczych i jego oczekiwania na włączenie do realizacji zadań, 6 – stan przebywania pojazdu w rezerwie

Najprostszym z grafów stanów modelu (oznaczono go WMM_6_1) jest graf podany tu za autorami książki [1]. Pozostałe modele uwzględniają kolejne możliwości zmian stanów pojazdu szynowego. Na rysunku 1 zróżnicowano oznaczenie niezawodnościowych stanów zdatności i niezdatności pojazdu. W modelu oznaczonym WMM_6_4 uwzględniono wszystkie realnie możliwe (ze względów technicznych i organizacyjnych) zdarzenia mogące zainicjować zmianę stanu pojazdu szynowego. Można więc przyjąć, że przedstawione na rysunku 1 modele tworzą razem klasę sześciostanowych niezawodnościowych modeli pojazdu szynowego.

2.3. Prawdopodobieństwa przejść między stanami modeli

Zakłada się, że proces $\{Z_6(t) : t \geq 0\}$ jest jednorodnym procesem Markowa [2] o zbiorze stanów $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Z tego założenia wynika m.in. fakt, że w każdym z modeli należących do prezentowanej tu klasy niezawodnościowych modeli pojazdu szynowego ~ sumaryczne czasy przebywania pojazdu w i -tych stanach przed przejściem do j -tych stanów, opisują zmienne losowe o rozkładach wykładniczych i gęstości prawdopodobieństwa rozkładu:

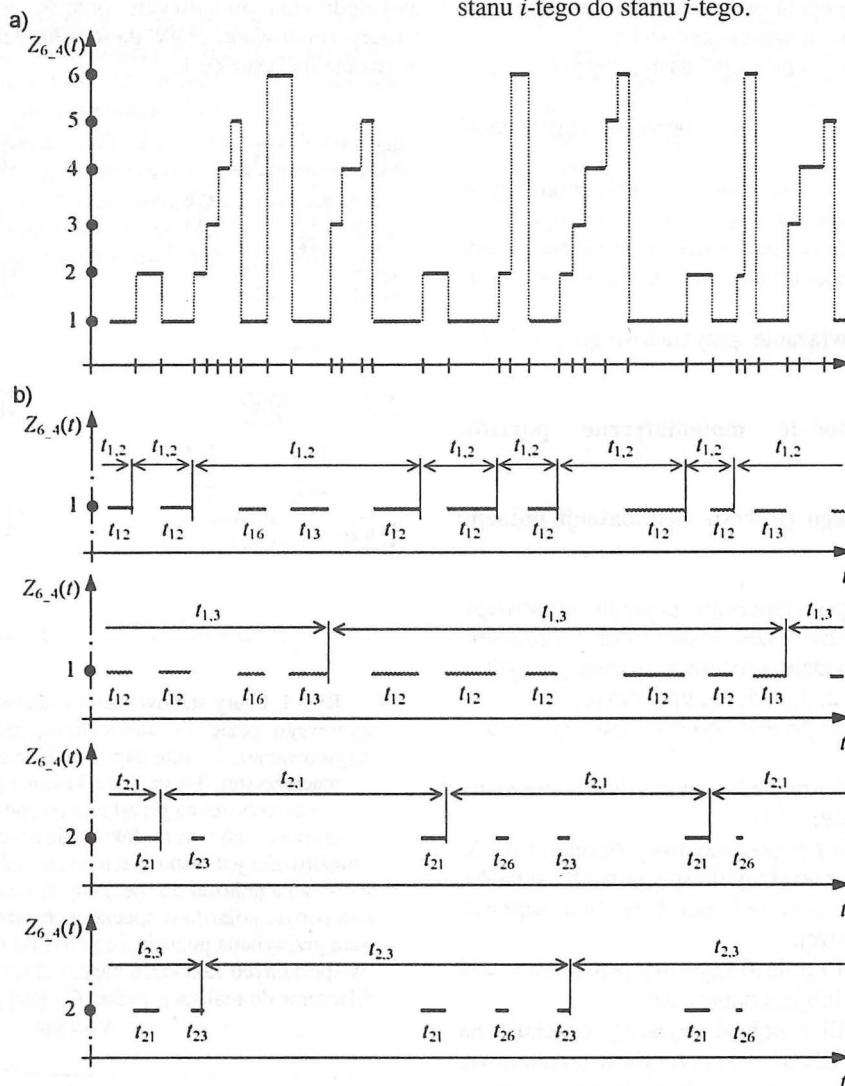
$$f_{i,j}(t) = \zeta_{i,j} \cdot e^{-\zeta_{i,j}t}, \quad i, j \in V. \quad (1)$$

Zmienną $\zeta_{i,j}$ w równaniu (1) należy rozumieć jako intensywność przejścia pojazdu ze stanu i -tego do stanu j -tego, którą można wyznaczyć z zależności:

$$\zeta_{i,j} = \frac{1}{T_{i,j}}, \quad i, j \in V, \quad (2)$$

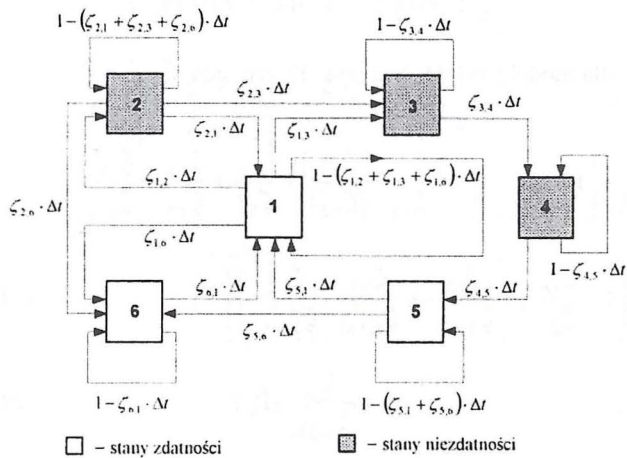
gdzie $T_{i,j}$ jest wartością średnią wyznaczoną z realizacji $t_{i,j}$ zmiennej losowej będącej sumarycznym czasem przebywania pojazdu w i -tym stanie przed przejściem do stanu j -tego.

Przykład realizacji procesu $\{Z_{6,4}(t) : t \geq 0\}$, gdy modelem pojazdu szynowego jest sześciostanowy markowski model WMM_6_4 , przedstawiono na rysunku 2a, natomiast na rysunku 2b pokazano sposób rozumienia (obliczania) kolejnych realizacji niektórych zmiennych losowych $t_{i,j}$. Z tego co przedstawiono na rysunku 2b wynika, że jedna realizacja zmiennej $t_{i,j}$ jest składową wszystkich czasów pobytu pojazdu w stanie i -tym w okresie między dwoma sąsiednimi zdarzeniami polegającymi na przejściu pojazdu ze stanu i -tego do stanu j -tego.



Rys. 2. Przykładowy przebieg procesu $\{Z_{6,4}(t) : t \geq 0\}$ eksploatacji pojazdu szynowego realizowanego zgodnie z modelem WMM_6_4 (a) oraz ilustracja sposobu rozumienia niektórych zmiennych losowych będących sumarycznymi czasami przebywania pojazdu w i -tych stanach przed przejściem do stanów j -tych (b)

Przyjęte wcześniej założenia determinują postaci formuł na prawdopodobieństwa przejść między stanami pojazdu szynowego. Graf stanów modelu *WMM_6_4* z formułami matematycznymi na prawdopodobieństwa przejść między jego stanami pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Graf stanów sześciostanowego modelu *WMM_6_4* pojazdu szynowego (znaczenie oznaczeń stanów modelu jak na rys. 1, zaś wyjaśnienie pozostałych oznaczeń zamieszczono w tekście)

Inną formą prezentacji możliwości zmian stanów modelu jest macierz prawdopodobieństw przejść między stanami, którą w ogólnej postaci można przedstawić jako:

$$\Delta P = [p_{ij}(t)], \quad i, j \in V. \quad (3)$$

Jeśli przyjmie się taką konwencję zapisu, że

$$\zeta_{i,(j,\dots,l)} = \zeta_{i,j} + \dots + \zeta_{i,l}, \quad i, j, \dots, l \in V, \quad (4)$$

to macierz prawdopodobieństw przejść między stanami dla modelu *WMM_6_4* przedstawia się następująco:

$$\Delta P_{6,4} = \begin{bmatrix} 1 - \zeta_{1,(2,3,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{1,2} \cdot \Delta t & \zeta_{1,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & \zeta_{1,6} \cdot \Delta t \\ \zeta_{2,1} \cdot \Delta t & 1 - \zeta_{2,(1,3,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{2,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & \zeta_{2,6} \cdot \Delta t \\ 0 & 0 & 1 - \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & 0 \\ \zeta_{5,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{5,(1,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{5,6} \cdot \Delta t \\ \zeta_{6,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{6,1} \cdot \Delta t \end{bmatrix} \quad (5)$$

a jeśli przyjmie się, że

$$\zeta_{2,6} = \zeta_{5,6} = 0 \quad (6)$$

to na podstawie zależności (4) otrzymuje się macierz prawdopodobieństw przejść między stanami dla modelu *WMM_6_2* (rys. 1) postaci:

$$\Delta P_{6,2} = \begin{bmatrix} 1 - \zeta_{1,(2,3,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{1,2} \cdot \Delta t & \zeta_{1,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & \zeta_{1,6} \cdot \Delta t \\ \zeta_{2,1} \cdot \Delta t & 1 - \zeta_{2,(1,3)} \cdot \Delta t & \zeta_{2,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & 0 \\ \zeta_{5,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{5,1} \cdot \Delta t & 0 \\ \zeta_{6,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{6,1} \cdot \Delta t \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.4. Formuły matematyczne modeli

Wyznaczenie charakterystyk niezawodnościowych pojazdu szynowego odwzorowywanego za pomocą prezentowanych tu modeli jest konsekwencją rozwiązania następującego równania:

$$\bar{P}(t + \Delta t) = \bar{P}(t) \cdot \Delta P, \quad (7)$$

gdzie: $\bar{P}(t)$ – wektor prawdopodobieństwa przebywania pojazdu w stanach w chwili t ,

$\bar{P}(t + \Delta t)$ – wektor prawdopodobieństwa przebywania pojazdu w stanach w chwili $(t + \Delta t)$,

ΔP – macierz prawdopodobieństwa przejść między stanami $\Delta P = [p_{ij}(t)]$, $i, j \in V$.

Zatem równanie (7) dla modelu *WMM_6_4* można zapisać w postaci:

$$[P_1(t + \Delta t), P_2(t + \Delta t), P_3(t + \Delta t), P_4(t + \Delta t), P_5(t + \Delta t), P_6(t + \Delta t)] = [P_1(t), P_2(t), P_3(t), P_4(t), P_5(t), P_6(t)] \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 - \zeta_{1,(2,3,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{1,2} \cdot \Delta t & \zeta_{1,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & \zeta_{1,6} \cdot \Delta t \\ \zeta_{2,1} \cdot \Delta t & 1 - \zeta_{2,(1,3,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{2,3} \cdot \Delta t & 0 & 0 & \zeta_{2,6} \cdot \Delta t \\ 0 & 0 & 1 - \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & \zeta_{3,4} \cdot \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & \zeta_{4,5} \cdot \Delta t & 0 \\ \zeta_{5,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{5,(1,6)} \cdot \Delta t & \zeta_{5,6} \cdot \Delta t \\ \zeta_{6,1} \cdot \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \zeta_{6,1} \cdot \Delta t \end{bmatrix} \quad (8)$$

lub równoważnie:

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot [1 - \zeta_{1,(2,3,6)} \cdot \Delta t] + P_2(t) \cdot \zeta_{2,1} \cdot \Delta t + P_5(t) \cdot \zeta_{5,1} \cdot \Delta t + P_6(t) \cdot \zeta_{6,1} \cdot \Delta t$$

$$P_2(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot \zeta_{1,2} \cdot \Delta t + P_2(t) \cdot [1 - \zeta_{1,(2,3,6)} \cdot \Delta t]$$

$$P_3(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot \zeta_{1,3} \cdot \Delta t + P_2(t) \cdot \zeta_{2,3} \cdot \Delta t + P_3(t) \cdot [1 - \zeta_{3,4} \cdot \Delta t]$$

$$P_4(t + \Delta t) = P_3(t) \cdot \zeta_{3,4} \cdot \Delta t + P_4(t) \cdot [1 - \zeta_{4,5} \cdot \Delta t]$$

$$P_5(t + \Delta t) = P_4(t) \cdot \zeta_{4,5} \cdot \Delta t + P_5(t) \cdot [1 - \zeta_{5,(1,6)} \cdot \Delta t]$$

$$P_6(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot \zeta_{1,6} \cdot \Delta t + P_2(t) \cdot \zeta_{2,6} \cdot \Delta t + P_5(t) \cdot \zeta_{5,6} \cdot \Delta t + P_6(t) \cdot [1 - \zeta_{6,1} \cdot \Delta t]$$

Po kilku przekształceniach układu (9) można otrzymać (schemat koniecznych przekształceń szczegółowo zaprezentowano w pracy [5]):

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t) \cdot \zeta_{1,(2,3,6)} + P_2(t) \cdot \zeta_{2,1} + P_5(t) \cdot \zeta_{5,1} + P_6(t) \cdot \zeta_{6,1}$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = P_1(t) \cdot \zeta_{1,2} - P_2(t) \cdot \zeta_{1,(2,3,6)}$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = P_1(t) \cdot \zeta_{1,3} + P_2(t) \cdot \zeta_{2,3} - P_3(t) \cdot \zeta_{3,4}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_4(t)}{dt} &= P_3(t) \cdot \zeta_{3,4} - P_4(t) \cdot \zeta_{4,5} \\ \frac{dP_5(t)}{dt} &= P_4(t) \cdot \zeta_{4,5} - P_5(t) \cdot \zeta_{5,(1,6)} \\ \frac{dP_6(t)}{dt} &= P_1(t) \cdot \zeta_{1,6} + P_2(t) \cdot \zeta_{2,6} + P_5(t) \cdot \zeta_{5,6} - P_6(t) \cdot \zeta_{6,1} \end{aligned} \quad (10)$$

Układ (10) jest układem równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach. W warunkach ustalonych, tzn.

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = 0, \quad P_i(t) = P_i, \quad \text{dla } i \in V,$$

układ ten przyjmuje postać następującą:

$$\begin{aligned} 0 &= -P_1 \cdot \zeta_{1,(2,3,6)} + P_2 \cdot \zeta_{2,1} + P_5 \cdot \zeta_{5,1} + P_6 \cdot \zeta_{6,1} \\ 0 &= P_1 \cdot \zeta_{1,2} - P_2 \cdot \zeta_{1,(2,3,6)} \\ 0 &= P_1 \cdot \zeta_{1,3} + P_2 \cdot \zeta_{2,3} - P_3 \cdot \zeta_{3,4} \\ 0 &= P_3 \cdot \zeta_{3,4} - P_4 \cdot \zeta_{4,5} \\ 0 &= P_4 \cdot \zeta_{4,5} - P_5 \cdot \zeta_{5,(1,6)} \\ 0 &= P_1 \cdot \zeta_{1,6} + P_2 \cdot \zeta_{2,6} + P_5 \cdot \zeta_{5,6} - P_6 \cdot \zeta_{6,1}, \end{aligned} \quad (11)$$

a ponieważ dodatkowo wiadomo, że

$$1 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6, \quad (12)$$

to prawdopodobieństwa przebywania pojazdu szynowego w poszczególnych stanach modeli można opisać następującymi wzorami:

- dla modelu *WMM_6_4* (rys. 1):

$$P_1 = \left[1 + \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \cdot \left(1 + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{2,6}}{\zeta_{6,1}} \right) + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} + \left(1 + \frac{\zeta_{5,6}}{\zeta_{6,1}} \right) \cdot \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \right) \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$P_2 = \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \cdot P_1, \quad (14)$$

$$P_3 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \right) \cdot P_1, \quad (15)$$

$$P_4 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \right) \cdot P_1, \quad (16)$$

$$P_5 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \right) \cdot P_1, \quad (17)$$

$$P_6 = \left[\frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} + \frac{\zeta_{2,6}}{\zeta_{6,1}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} + \frac{\zeta_{5,6}}{\zeta_{6,1}} \cdot \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3,6)}} \right) \right] \cdot P_1, \quad (18)$$

- dla modelu *WMM_6_3* (rys. 1), tzn. gdy $\zeta_{2,6} = 0$:

$$P_1 = \left[1 + \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \cdot \left(1 + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} \right) + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} + \left(1 + \frac{\zeta_{5,6}}{\zeta_{6,1}} \right) \cdot \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \right]^{-1}, \quad (19)$$

$$P_2 = \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \cdot P_1, \quad (20)$$

$$P_3 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (21)$$

$$P_4 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (22)$$

$$P_5 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (23)$$

$$P_6 = \left[\frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} + \frac{\zeta_{5,6}}{\zeta_{6,1}} \cdot \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,(1,6)}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \right] \cdot P_1, \quad (24)$$

- dla modelu *WMM_6_2* (rys. 1), tzn. gdy $\zeta_{2,6} = \zeta_{5,6} = 0$:

$$P_1 = \left[1 + \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \cdot \left(1 + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,1}} \right) + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,1}} + \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} \right]^{-1} \quad (25)$$

$$P_2 = \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \cdot P_1, \quad (26)$$

$$P_3 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{3,4}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (27)$$

$$P_4 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{4,5}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (28)$$

$$P_5 = \left(\frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,1}} + \frac{\zeta_{2,3}}{\zeta_{5,1}} \cdot \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,(1,3)}} \right) \cdot P_1, \quad (29)$$

$$P_6 = \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} \cdot P_1, \quad (30)$$

$$K_g = P_1 + P_5 + P_6, \quad (37)$$

$$K_{ng} = P_2 + P_3 + P_4. \quad (38)$$

- dla modelu WMM_6_1 (rys. 1), tzn. gdy $\zeta_{2,6} = \zeta_{2,3} = \zeta_{5,6} = 0$:

$$P_1 = \left[1 + \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,1}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} + \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,1}} + \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} \right]^{-1}, \quad (31)$$

$$P_2 = \frac{\zeta_{1,2}}{\zeta_{2,3}} \cdot P_1, \quad (32)$$

$$P_3 = \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{3,4}} \cdot P_1, \quad (33)$$

$$P_4 = \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{4,5}} \cdot P_1, \quad (34)$$

$$P_5 = \frac{\zeta_{1,3}}{\zeta_{5,1}} \cdot P_1, \quad (35)$$

$$P_6 = \frac{\zeta_{1,6}}{\zeta_{6,1}} \cdot P_1. \quad (36)$$

Uwzględniając to, że suma prawdopodobieństw przebywania pojazdu szynowego w stanach zdatności jest współczynnikiem gotowości pojazdu szynowego K_g oraz suma prawdopodobieństw przebywania pojazdu w stanach niezdatności jest jego współczynnikiem niegotowości K_{ng} , otrzymuje się odpowiednio:

3. Symulator komputerowy klasy sześciostanowych modeli pojazdu szynowego

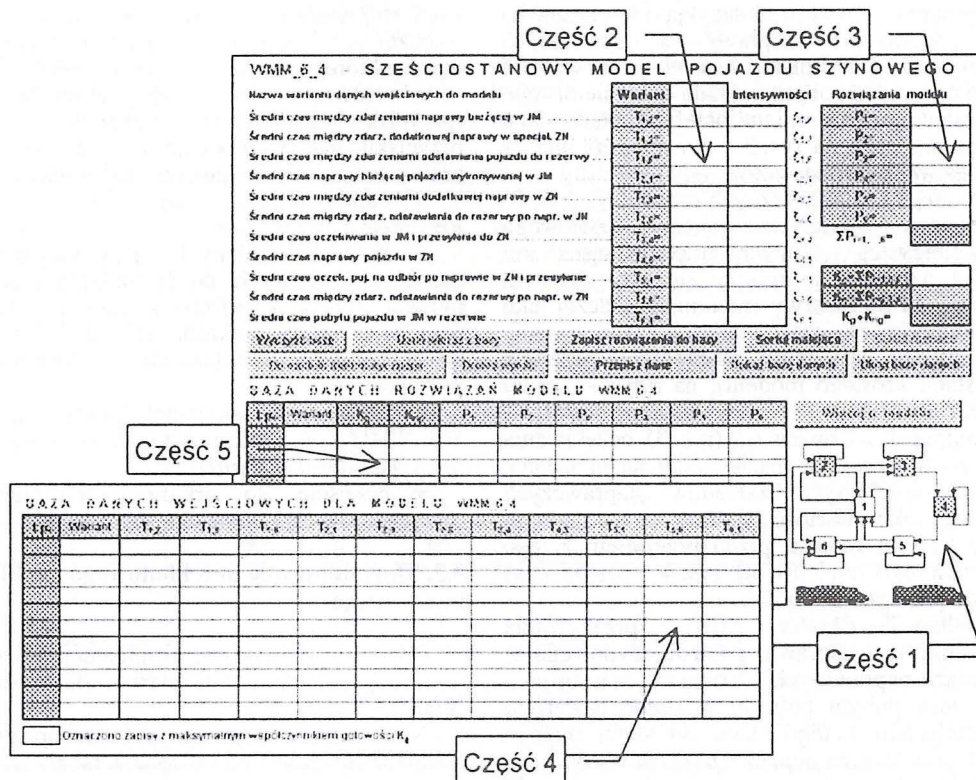
3.1. Ogólnie o symulatorze komputerowym

Do realizacji obliczeń za pomocą złożonych formuł matematycznych klasy sześciostanowych markowskich modeli pojazdów szynowych stworzono symulator komputerowy WMM_6_4.xls. Jest to aplikacja opracowana w programie Microsoft Excel. Użytkownik symulatora ma do dyspozycji dwa arkusze robocze: *Mat_WMM_6_4* i *Sym_WMM_6_4*.

Arkusz roboczy *Mat_WMM_6_4* spełnia funkcję pomocniczą. Umieszczono w nim graf stanów modelu WMM_6_4 pojazdu szynowego oraz podstawowe formuły matematyczne tego modelu.

Arkusz roboczy *Sym_WMM_6_4* jest arkuszem symulacyjnym (rys. 4). Można w nim wskazać pięć następujących części:

- graf stanów sześciostanowego modelu (część 1),
- formularz do wprowadzania danych wejściowych modelu (część 2),
- formularz wyników obliczeń według formuł modelu matematycznego dla bieżących danych wejściowych (część 3),
- tabela stanowiąca bazę danych kolejnych zestawów (wariantów) danych wejściowych modelu (część 4),
- tabela stanowiąca bazę danych wyników obliczeń dla odpowiednich zestawów danych wejściowych modelu (część 5).



W formularzu do wprowadzania danych wejściowych modelu deklaruje się:

- wartość średnią $T_{1,2}$ sumarycznych czasów $t_{1,2}$ (rys. 3) pracy pojazdu szynowego między sąsiednimi uszkodzeniami wymagającymi przeprowadzenia jego naprawy bieżącej w jednostce macierzystej (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie pierwszym modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu drugiego modelu); na rys. 4 tę daną wejściową opisano – *Średni czas między zdarzeniami naprawy bieżącej w JM*;

- wartość średnią $T_{1,3}$ sumarycznych czasów $t_{1,3}$ (rys. 3) pracy pojazdu szynowego między sąsiednimi zdarzeniami przesłania go do naprawy w specjalnych zakładach naprawczych (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie pierwszym modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu czwartego modelu); na rys. 4 – *Średni czas między zdarzeniami naprawy w specjalnych ZN*;

- wartość średnią $T_{1,6}$ sumarycznych czasów $t_{1,6}$ (rys. 3) pracy pojazdu szynowego między sąsiednimi zdarzeniami odstawienia go w stanie zdatości do rezerwy (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie pierwszym modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do jego stanu szóstego modelu); na rys. 4 – *Średni czas między zdarzeniami odstawienia pojazdu do rezerwy*;

- wartość średnią $T_{2,1}$ sumarycznych czasów $t_{2,1}$ (rys. 3) wykonywania napraw bieżących pojazdu szynowego w jednostce macierzystej między sąsiednimi zdarzeniami kiedy naprawa ta kończy się powodzeniem (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie drugim modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu pierwszego modelu); na rys. 4 – *Średni czas naprawy bieżącej pojazdu wykonywanej w JM*;

- wartość średnią $T_{2,3}$ sumarycznych czasów $t_{2,3}$ (rys. 3) wykonywania napraw bieżących pojazdu szynowego w jednostce macierzystej liczonego między sąsiednimi zdarzeniami kiedy naprawa ta kończy decyzją o konieczności przeprowadzenia dodatkowo naprawy w specjalnych zakładach naprawczych (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie drugim modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu trzeciego modelu); na rys. 3 – *Średni czas między zdarzeniami dodatkowej naprawy w ZN*;

- wartość średnią $T_{2,6}$ sumarycznych czasów $t_{2,6}$ (rys. 3) wykonywania napraw bieżących pojazdu szynowego w jednostce macierzystej liczonych między sąsiednimi zdarzeniami kiedy naprawa ta kończy się powodzeniem i odstawieniem pojazdu do rezerwy (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie drugim modelu między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu szóstego modelu); na rys. 4 – *Średni czas między zdarz. odstawienia do rezerwy po napr. w JM*;

- wartość średnią $T_{3,4}$ czasów $t_{3,4}$ (rys. 3) oczekiwania pojazdu szynowego w jednostce macierzystej na przesłanie i przesyłania do specjalnych zakładów naprawczych (rozumianą inaczej jako wartość średnia czasu pobytu pojazdu w stanie trzecim modelu przed przejściem z tego stanu do stanu czwartego modelu); na rys. 4 – *Średni czas oczekiwania w JM i przesyłania do ZN*;

- wartość średnią $T_{4,5}$ czasów $t_{4,5}$ (rys. 3) przebywania (oczekiwania na naprawę i naprawa) pojazdu szynowego w specjalnych zakładach naprawczych (rozumianą inaczej jako wartość średnia czasu pobytu pojazdu w stanie czwartym modelu przed przejściem z tego stanu do stanu piątego modelu); na rys. 4 – *Średni czas naprawy pojazdu w ZN*;

- wartość średnią $T_{5,1}$ sumarycznych czasów $t_{5,1}$ (rys. 3) oczekiwania pojazdu szynowego na odbiór po naprawie w ZN i przesyłania po naprawie w ZN do jednostki

macierzystej kiedy bezpośrednio po pojawieniu się w niej pojazd planowany jest do realizacji zadań (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznych czasów pobytu pojazdu w stanie piątym modelu przed przejściem z tego stanu do stanu pierwszego modelu); na rys. 4 – *Średni czas oczek. poj. na odbiór po naprawie w ZN i przesyłanie*;

- wartość średnią $T_{5,6}$ sumarycznych czasów $t_{5,6}$ (rys. 3) oczekiwania pojazdu szynowego na odbiór po naprawie w ZN i przesyłania po naprawie w ZN do jednostki macierzystej kiedy bezpośrednio po pojawieniu się w niej pojazd odstawiany jest do rezerwy (rozumianą inaczej jako wartość średnia sumarycznych czasów pobytu pojazdu w stanie piątym modelu przed przejściem z tego stanu do stanu szóstego modelu); na rys. 4 – *Średni czas między zdarz. odstawienia do rezerwy po napr. w ZN*;

- wartość średnią $T_{6,1}$ czasów $t_{6,1}$ (rys. 3) przebywania zdanego pojazdu szynowego w rezerwie w jednostce macierzystej (rozumianą inaczej jako wartość średnia czasu pobytu pojazdu w stanie szóstym modelu przed przejściem z tego stanu do stanu pierwszego modelu); na rys. 4 – *Średni czas pobytu pojazdu w JM w rezerwie*.

3.2. Procedury operacyjne symulatora modelu

W symulatorze *WMM_6_4.xls* umieszczono szereg procedur operacyjnych. Oprogramowanie wszystkich procedur operacyjnych zostało umieszczone w specjalnym arkuszu makr. W wersji użytkowej symulatora arkusz makr jest ukryty. Procedury operacyjne przypisane są do specjalnych przycisków i nadane im są odpowiednie nazwy (rys. 4). Pełna lista i znaczenie procedur operacyjnych przedstawiają się następująco:

- zapis wariantu (zestawu) danych wejściowych i odpowiadających im wyników obliczeń do baz danych sześciostanowego markowskiego modelu pojazdu szynowego (przycisk »Zapisz do bazy«),

- sortowanie baz danych sześciostanowego markowskiego modelu pojazdu szynowego w każdym z pól rekordu baz (przyciski »Sortuj malejąco« i »Sortuj rosnąco«); przed naciśnięciem przycisku należy wskazać pole rekordu – przez umieszczenie w nim kursora – według którego ma nastąpić sortowanie,

- usuwanie wybranych rekordów z baz danych (przycisk »Usuń wiersz z bazy«); przed naciśnięciem przycisku należy wskazać rekord (wiersz bazy) – przez umieszczenie w nim kursora – który ma zostać usunięty,

- całkowite czyszczenie baz danych (przycisk »Wyczyść bazę«),

- przepisanie danych ze wskazanego rekordu bazy danych wejściowych do formularza danych wejściowych modelu (przycisk »Przepisz dane«); przed naciśnięciem przycisku należy wskazać rekord (wiersz bazy) – przez umieszczenie w nim kursora – z którego dane mają ulec przepisaniu,

- drukowanie aktualnej postaci arkusza roboczego *Sym_WMM_6_4* a m.in. wszystkich rekordów baz danych (przycisk »Drukuj wyniki«),

- przejście do arkusza roboczego *Mat_WMM_6_4* (przycisk »Do modelu matematycznego«).

3.3. Sformułowanie przykładowego problemu badawczego

Przyjmijmy, że proces eksploatacji pojedynczego pojazdu szynowego odwzorowuje markowski sześciostanowy model *WMM_6_4*.

Niech eksploatację tego pojazdu opisują charakterystyki czasów eksploatacji zestawione w tabeli 1.

Zestawienie charakterystyk eksploatacyjnych przykładowego pojazdu szynowego

Lp.	Opis danych wejściowych (początkowych) jak w symulatorze komputerowym WMM_6_4.xls	Oznaczenie danych wejściowych	Wartości danych wejściowych Zest_P [dni]
1.	Średni czas między zdarz. naprawy bieżącej w JM	$T_{1,2}$	30
2.	Średni czas między zdarz. naprawy w specjal. ZN	$T_{1,3}$	500
3.	Średni czas między zdarz. odstawienia pojazdu do rezerwy	$T_{1,6}$	30
4.	Średni czas naprawy bieżącej pojazdu wykonywanej w JM	$T_{2,1}$	2
5.	Średni czas między zdarz. dodatkowej naprawy w ZN	$T_{2,3}$	100
6.	Średni czas między zdarz. odstawienia do rezerwy po napr. w JM	$T_{2,6}$	60
7.	Średni czas oczek. w JM i przesyłania do ZN	$T_{3,4}$	3
8.	Średni czas naprawy pojazdu w ZN	$T_{4,5}$	28
9.	Średni czas oczek. poj. na odbiór po naprawie ZN i przesyłanie	$T_{5,1}$	2
10.	Średni czas między zdarz. odstawienia do rezerwy po napr. ZN	$T_{5,6}$	90
11.	Średni czas pobytu pojazdu w JM w rezerwie	$T_{6,1}$	2

Takie jak w tabeli 1 charakterystyki średnich czasów pobytu pojazdu w określonych stanach przed przejściem do innych możliwych stanów (zgodnie z przyjętym modelem WMM_6_4) generują współczynnik gotowości pojazdu szynowego $K_g = 0,8811$ (Zest_P).

Należy zaproponować różne zestawy (warianty) rozwiązań technicznych i/lub organizacyjnych aby współczynnik gotowości pojazdu szynowego zwiększyć do wartości co najmniej $K_g = 0,90$.

3.4. Rozwiązania przykładowego problemu badawczego

W przykładowym problemie badawczym przez zestaw (wariant) rozwiązań technicznych i/lub organizacyjnych rozumie się zbiór wartości danych wejściowych do niezawodnościowego sześciostanowego markowskiego modelu WMM_6_4 pojazdu szynowego. Listę danych wejściowych do tego modelu przedstawiono już w tabeli 1.

Na podstawie zadeklarowanego zestawu danych wejściowych modelu, w pozostałych polach formularza, wyznaczane są

intensywności przejść między stanami modelu. Odbywa się to według formuły (2).

Po wprowadzeniu danych do odpowiednich pól formularza danych wejściowych modelu (rys. 4 – część 2), obliczane i wyświetlane są (rys. 4 – część 3), wartości prawdopodobieństw stanów modelu pojazdu (obliczone według formuł (13), (14), (15), (16), (17) i (18)) oraz wartości współczynników gotowości i niegotowości pojazdu (według formuł (37) i (38)). Wyniki symulacji i zestawy (warianty) danych wejściowych modelu są zapamiętane w postaci rekordów (zapisów) w bazach danych (rys. 4 – część 4 i część 5).

W tabeli 2 zamieszczono wybrane zestawy danych wejściowych modelu odpowiadające możliwym rozwiązaniom technicznym i/lub organizacyjnym w eksploatacji pojazdów szynowych spełniającej warunek przyjęty w sformułowaniu przykładowego problemu badawczego ($K_g \geq 0,90$).

Tabela 2

Wybrane zestawy rozwiązań (dane wejściowe i niektóre wyniki) przykładowego problemu badawczego

Lp.	Oznaczenie danych wejściowych i współczynnika gotowości	Wartości danych wejściowych i wyniki obliczeń współczynnika gotowości dla wybranych zestawów (wariantów) rozwiązań technicznych i/lub organizacyjnych				
		Zest_P	Zest_1	Zest_2	Zest_3	Zest_4
1.	$T_{1,2}$ [dni]	30	30	30	30	42
2.	$T_{1,3}$ [dni]	500	500	859	500	500
3.	$T_{1,6}$ [dni]	30	30	30	30	30
4.	$T_{2,1}$ [dni]	2	1	2	2	2
5.	$T_{2,3}$ [dni]	100	100	100	100	100
6.	$T_{2,6}$ [dni]	60	60	60	60	60
7.	$T_{3,4}$ [dni]	3	3	3	3	2
8.	$T_{4,5}$ [dni]	28	28	28	18	28
9.	$T_{5,1}$ [dni]	2	2	2	2	1
10.	$T_{5,6}$ [dni]	90	90	90	90	90
11.	$T_{6,1}$ [dni]	2	2	2	2	2
12.	K_g [-]	0,8811	0,9112	0,9001	0,9006	0,9001

Źródło: badania własne

Zestawy rozwiązań technicznych i/lub organizacyjnych – mające doprowadzić do tego aby współczynnik gotowości pojazdu zwiększyć do wartości co najmniej $K_g = 0,90$ – należy rozumieć m.in. następująco (tabela 2):

- Zest_1 – skrócić czasy $t_{2,1}$ (czasy wykonywania napraw bieżących pojazdu szynowego w jednostce macierzystej między sąsiednimi zdarzeniami kiedy naprawa ta kończy się powodzeniem) do takich aby ich wartość średnia $T_{2,1}$ była nie większa niż 1 dzień;

- Zest_2 – podjąć takie działania techniczne i/lub organizacyjne aby wartość średnia $T_{1,3}$ sumarycznego czasu pobytu pojazdu w stanie pierwszym między sąsiednimi zdarzeniami przejścia z tego stanu do stanu trzeciego, była nie mniejsza niż 859 dni;

- Zest_3 – ograniczenie średniego czasu $T_{4,5}$ przebywania (oczekiwanie na naprawę i naprawa) pojazdu szynowego w specjalnych zakładach naprawczych do 18 dni;

- Zest_4 – zwiększyć niezawodność pojazdu w taki sposób aby wartość średnia $T_{1,2}$ była nie mniejsza niż 42 dni, jednocześnie skrócić czasy $t_{3,4}$ do takich aby ich wartość średnia $T_{3,4}$ była nie większa niż 2 dni, a także skrócić czasy $t_{5,1}$ do takich aby ich wartość średnia $T_{5,1}$ była nie większa niż 1 dzień.

4. Podsumowanie

W pracy całościowo i szczegółowo przedstawiono problem odwzorowania pojazdów szynowych modelami sześciostanowymi. Zrealizowano algorytm dokonywania ocen niezawodnościowych pojazdów szynowych z wykorzystaniem koncepcji wielostanowych modeli markowskich. Algorytm ten obejmuje czynności jakie należy wykonać, od przyjęcia stanów modelu pojazdu szynowego i określenia możliwości przejść między tymi stanami, do

symulacji różnych technicznych i/lub organizacyjnych rozwiązań w procesie eksploatacji pojazdu szynowego.

Wszystkie prowadzone w niniejszej pracy rozważania dotyczą pewnej klasy sześciostanowych markowskich modeli pojazdów. Zaprezentowany algorytm, po uwzględnieniu ograniczeń matematycznych, może być zastosowany do badań innych wielostanowych markowskich modeli obiektów technicznych. Przykłady realizacji fragmentów pokazanego tu algorytmu można znaleźć m.in. w pracach [1, 3, 4, 5, 6].

Literatura

- [1] Golovatyj A.T., Borcov P.I., Člektropodvižnoj sostav. Čkspluatacija, naděžnost' i remont, Moskva, Izd. Transport 1983.
- [2] Grabski F., Semi-markowskie modele niezawodności i eksploatacji. Wyd. Instytutu Badań Systemowych PAN, Warszawa, 2002.
- [3] Kadziński A., Modele niezawodnościowe wagonów osobowych i ich systemów eksploatacji. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Seria Maszyny Robocze i Pojazdy, 1995, nr 43, s. 23+38.
- [4] Kadziński A., Wielostanowe modele niezawodnościowe lokomotyw spalinowych i ich systemów eksploatacji. W: Materiały X Konferencji Naukowej „Pojazdy Szynowe”, Wrocław, 1994, t.2, s. 89+105.
- [5] Kadziński A., Załęska-Fornal A., Pięciostanowy markowski model pojazdu lądowego – WMM_5_1, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Seria Maszyny Robocze i Transport, 2002, nr 55, s. 37+54.
- [6] Niziński S., Eksploatacja obiektów technicznych. Wyd. Instytutu Technologii Eksploatacji, seria wyd. Biblioteka Problemów Eksploatacji, Warszawa-Sulejówek-Olsztyn-Radom, 2002.