

## Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze (7)

W pracy wyznaczono równania ruchu wypadkowego, jaki występuje w rzeczywistych warunkach eksploatacji pojazdów szynowych, kiedy zestaw kołowy porusza się wzdłuż toru i jednocześnie wężykuje oraz kołysze się poprzecznie w torze.

### CZĘŚĆ VII

#### OBLICZENIA RUCHU WYPADKOWEGO ZESTAWU KOŁOWEGO WZDŁUŻ TORU

##### 1. Wstęp

Zestaw kołowy przemieszczający się wzdłuż osi podłużnej toru może wykonywać rozmaite ruchy. Jednak zawsze przebiegają one w taki sposób, że jego środek ciężkości będzie poruszał się po trajektorii przedstawionej w pracy [6].

Ruchowi zestawu kołowego wzdłuż toru nieodłącznie towarzyszy wężykowanie i kołysanie poprzeczne w torze. Ruch wypadkowy, jaki ma miejsce w rzeczywistości, podczas jazdy wagonu lub lokomotywy, może w sposób istotny wpływać na spokojność biegu oraz na wymiany skrajni pojazdów.

Ocenę ilościową tych zjawisk można przeprowadzić na podstawie sformalizowanego zapisu w postaci równań ruchu wypadkowego zestawu kołowego. Głównym celem niniejszej części pracy jest wyznaczenie tych równań.

Artykuł jest kontynuacją prac przedstawionych w [1, 2, 3, 4, 5, 6], wykonanych w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C02116 pt.: „Nowa koncepcja skrajni kinematycznej pojazdów szynowych”.

##### 2. Uproszczone przypadki

W celu zilustrowania sposobu przemieszczenia się zestawu kołowego rozpatrzmy dwa wyłącznie teoretyczne przypadki, kiedy nie występuje żadne tarcie pomiędzy kołem i szyną, a zestaw kołowy znajduje się na wierzchołku fali podskakiwania.

###### 2.1. Zestaw kołowy jest w stanie spoczynku

Zestaw kołowy znajdujący się na wierzchołku fali podskakiwania osiągnął przyrost energii potencjalnej, określony w [6], wzór (29) i znajduje się w stanie równowagi chwiejnej.

Wobec braku tarcia potoczystego zestaw kołowy pod wpływem przypadkowego impulsu stoczyłby się z tego wierzchołka w dolinę fali podskakiwania. Osiągnąwszy tę dolinę, straciłby on swój przyrost energii potencjalnej, a energia ta zamieniłaby się w energię kinetyczną, przy czym zachodziłaby zależność

$$E_{\text{kin o}} = (\Delta E_{\text{pot}})_a \quad (1)$$

Posługując się znaną zależnością fizyczną możemy zapisać:

$$E_{\text{kin o}} = \frac{1}{2} m_{\text{zk}} \cdot v_{\text{odrg}}^2 + \frac{1}{2} B \cdot \omega_{\text{odrg}}^2 \quad (2)$$

gdzie:  $m_{\text{zk}}$  – masa zestawu kołowego;  $m_{\text{zk}} \approx 1200$  kg.  
 $v_{\text{odrg}}$  – prędkość liniowa zestawu kołowego [m/s] w chwili, gdy znajduje się on w dolinie fali podskakiwania,  
 $B$  – masowy moment bezwładności;  
 $B \approx 100$  kg.m<sup>2</sup>,  
 $\omega_{\text{odrg}}$  – prędkość obrotowa zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania [1/s],

$$\omega_{\text{odrg}} = \frac{v_{\text{odrg}}}{R}$$

zatem

$$E_{\text{kin o}} = \frac{1}{2} m_{\text{zk}} \cdot v_{\text{odrg}}^2 + \frac{1}{2} \frac{B}{R^2} \cdot v_{\text{odrg}}^2$$

Oznaczając

$$\frac{B}{R^2} = \beta \cdot m_{\text{zk}} \quad (3)$$

otrzymamy

$$E_{\text{kin o}} = \frac{1}{2} m_{\text{zk}} \cdot v_{\text{odrg}}^2 + \frac{1}{2} \beta \cdot m_{\text{zk}} \cdot v_{\text{odrg}}^2 \quad (4)$$

czyli

$$E_{\text{kin o}} = \frac{1}{2} (1 + \beta) \cdot m_{\text{zk}} \cdot v_{\text{odrg}}^2 \quad 5$$

gdzie:  $\beta = \frac{B}{m_{zk} \cdot R^2} = \frac{100}{1200 \cdot 0,5^2} = 0,333.$

W pracy [6], wzór (11) mamy:

$$(\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (6)$$

Podstawiając (5) i (6) do wzoru (1), otrzymujemy zależność:

$$\frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{odrg}^2 = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}}$$

Stąd po przekształceniach otrzymamy wzór na prędkość zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania:

$$v_{odrg} = y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta)l_{wah}}} \quad (7)$$

Jej wartość wynosi:

$$v_{odrg} = 0,0165 \cdot \sqrt{\frac{9,81}{(1 + 0,333) \cdot 28,6}} = 0,0165 \cdot 0,507 = 0,000837 \frac{m}{s} \approx 8,37 \frac{mm}{s}$$

Prędkość liniowa osi zestawu kołowego  $V_{odrg}$  byłaby skierowana stycznie do rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości tego zestawu kołowego, a zestaw kołowy rozpocząłby ruch drgający wzdłużny po trajektorii swego środka ciężkości. Drganie to byłoby ruchem bardzo nietypowym. Z wystarczającym przybliżeniem można ten ruch zastąpić ruchem harmonicznym, takim którego amplituda wyniosłaby połowę długości fali podskakiwania, czyli (podobnie jak w [6], wzór (24)):

$$x_a = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}} \quad (8)$$

a prędkość w punkcie środkowym ruchu (w dolinie fali podskakiwania) wyniosłaby (wzór 7):

$$v_{odrg} = y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta)l_{wah}}} \quad (9)$$

W takim harmonicznym drganiu równanie ruchu wyrażałoby się wzorem znanym z fizyki

$$x = x_a \cdot \sin pt \quad (10)$$

a prędkość w dowolnej chwili wyrażałoby się wzorem:

$$v = \frac{dx}{dt} = p \cdot x_a \cdot \cos pt \quad (11)$$

W punkcie środkowym ruchu (w dolinie fali podskakiwania) byłoby  $t = 0$ . Otrzymalibyśmy wówczas:

$$v_{odrg} = p \cdot x_a \quad (12)$$

Podstawiając tu zależność (24) z pracy [6] oraz (8) z niniejszego rozdziału, otrzymamy:

$$y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta)l_{wah}}} = p \cdot \frac{\pi}{2} \sqrt{R \cdot l_{wah}}$$

Stąd otrzymalibyśmy

$$p = \frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \quad (13)$$

Liczbowo dla zestawu kołowego, którego długość wahadła  $L_{wah} = 28,6$  m, a amplituda wężykowania  $y_a = 16,5$  mm = 0,0165 m, wartość  $p$  wyniosłaby:

$$p = \frac{2 \cdot 0,0165}{\pi \cdot 28,6} \cdot \sqrt{\frac{9,81}{(1 + 0,333) \cdot 0,5}} = 0,0014097 \approx 0,0014 \frac{1}{s}$$

Równanie (10) po podstawieniu wzorów (8) i (12) przyjęłoby postać:

$$x = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}} \cdot \sin \left[ \frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \cdot t \right] \quad (14)$$

a prędkość ruchu harmonicznego wyrażałoby się wzorem

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}} \cdot \frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \cdot \cos \left[ \frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \cdot t \right]$$

czyli

$$v = y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot l_{wah}}} \cdot \cos \left( \frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \cdot t \right) \quad (15)$$

Okresem funkcji (14) jest  $2\pi$ . Tak więc:

$$\frac{2y_a}{\pi \cdot l_{wah}} \cdot \sqrt{\frac{g}{(1 + \beta) \cdot R}} \cdot T = 2\pi$$

Stąd otrzymujemy okres funkcji (14)

$$T = \frac{\pi^2 \cdot l_{wah}}{y_a} \cdot \sqrt{\frac{(1 + \beta) \cdot R}{g}} \quad (16)$$

Liczbowo wyniosłoby to:

$$T = \frac{\pi^2 \cdot 28,6}{0,0165} \cdot \sqrt{\frac{(1+0,333) \cdot 0,5}{9,81}} = 4454,5782 \approx 4455s$$

Przypadek ten jest jednak wyłącznie teoretyczny i jest niemożliwy do uzyskania w rzeczywistości. Podano go tu jedynie dla ilustracji zagadnienia.

## 2.2. Zestaw kołowy jest w stanie ruchu

W tym przypadku na wierzchołku fali podskakiwania zestaw kołowy dysponowałby jednocześnie dwoma rodzajami energii:

- energią kinetyczną (analogicznie do wzoru 5)

$$(E_{kin})_{zest} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 \quad (17)$$

gdzie:  $v_{zest}$  – prędkość zestawu kołowego w chwili gdy znajduje się on na wierzchołku fali podskakiwania,

- energią potencjalną

$$(\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (\text{patrz wzór 6})$$

Łączna jego energia wynosi:

$$E_a = (E_{kin})_{zest} + (\Delta E_{pot})_a$$

czyli

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (18)$$

Po stoczeniu się w dolinę fali podskakiwania zestaw kołowy straciłby swój przyrost energii potencjalnej, a jego energia kinetyczna wyniosłaby wówczas:

$$E_{kin\ dol} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2 \quad (19)$$

gdzie:  $v_{dol}$  – prędkość zestawu kołowego w chwili gdy znajdowałby się on w dolinie fali podskakiwania.

Z zasady zachowania energii wynika, że:

$$E_a = E_{kin\ dol}$$

Podstawiając tu (18) i (19), otrzymamy

$$\frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2$$

czyli

$$v_{dol}^2 = v_{zest}^2 + g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (20)$$

Stąd otrzymujemy

$$v_{dol} = \sqrt{v_{zest}^2 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}}} \quad (21)$$

Gdyby  $v_{zest} = 0$ , to wzór (21) przybrałby postać wzoru (9). Gdy  $v_{zest} \neq 0$ , to można przekształcić wzór (21) jak niżej:

$$v_{dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah} \cdot v_{zest}^2}} \quad (22)$$

Składowa podłużna prędkość, skierowana wzdłuż kierunku toru, wyniesie:

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \cos \varphi_0$$

czyli

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0}$$

gdzie:  $\varphi_0$  – kąt nachylenia rzutu poziomego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego.

Ponieważ  $\varphi_0$  jest kątem małym, można przyjąć  $\varphi_0 \approx \sin \varphi_0$ , a zatem:

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \sqrt{1 - \varphi_0^2} \quad (23)$$

Podstawiając tu (22) oraz wzór (71) z pracy [3], otrzymujemy:

$$v_{x\ dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah} \cdot v_{zest}^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}}}$$

co po przekształceniach daje

$$v_{x\ dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \left( 1 - \frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}} \right) \cdot \frac{g}{(1+\beta) \cdot v_{zest}^2} - \frac{1}{R} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}} \quad (24)$$

Wartości liczbowe wyrażeń  $y_a^2/R \cdot l_{wah}$  oraz  $y_a^2/l_{wah}$  odpowiednio wynoszą:

$$\frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}} = \frac{0,016^2}{0,5 \cdot 28,6} = 0,0000178$$

$$\frac{y_a^2}{l_{wah}} = \frac{0,016^2}{28,6} = 0,0000089.$$

Wartości tych wyrażeń są pomijalnie małe w zestawieniu z jedyneką. Zatem wzór (24) w przybliżeniu przyjmie postać:

$$v_{x\,dol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \frac{g}{(1+\beta) \cdot v_{zest}^2} - \frac{1}{R} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}} \quad (25)$$

Gdy  $v_{zest} \approx 1$  m/s, to wzór (25) przyjmie postać

$$v_{x\,dol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \frac{9,81}{(1+0,5) \cdot 1^2} - \frac{1}{0,5} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}},$$

czyli

$$v_{x\,dol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + 3,463076923 \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}}$$

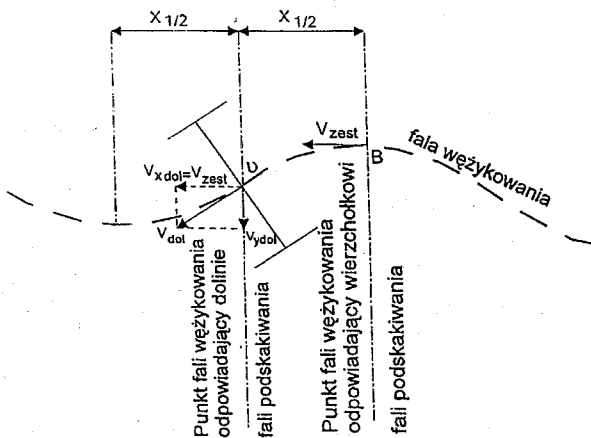
Ponieważ  $y_a^2/l_{wah}$  jest liczbą pomijalnie małą w porównaniu z jedyneką, to:

$$v_{x\,dol} \approx v_{zest} \quad (26)$$

Taki sam wynik uzyskamy, gdy będzie  $v_{zest} > 1$  m/s. Z wzoru (20) otrzymujemy

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (27)$$

Rozkład prędkości zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania rzucony na płaszczyznę rzutu poziomego fali wężykowania, widziany z góry, przedstawiono na rys.1:



Rys. 1. Rozkład prędkości zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania

Z rysunku 1 widać, że

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = v_{y\,dol}^2 \quad (28)$$

Podstawiając to do (27) otrzymalibyśmy

$$v_{y\,dol}^2 = g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (29)$$

Stąd otrzymalibyśmy amplitudę prędkości poprzecznej ruchu zestawu kołowego w torze, która równałaby się:

$$v_{y\,dol} = y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1+\beta) \cdot l_{wah}}} \quad (30)$$

Liczbowo wyniosłoby to:

$$v_{y\,dol} = 0,016 \cdot \sqrt{\frac{9,81}{(1+0,5) \cdot 28,602}} = 0,0076511 \frac{m}{s} \approx 7,65 \frac{mm}{s}$$

Zatem w niniejszym przypadku spadek energii potencjalnej zestawu kołowego zamieniłby się na energię kinetyczną ruchu poprzecznego zestawu kołowego w torze. Przypadek ten jest wprawdzie teoretyczny, jednak jest on podobny do przypadku rzeczywistego omówionego w dalszej części pracy.

### 3. Warunek konieczny prostoliniowego ruchu jednostajnego zestawu kołowego wzdłuż kierunku toru

Aby zestaw kołowy mógł toczyć się wzdłuż kierunku toru ze stałą prędkością liniową, musi on być nieprzerwanie pchany siłą napędową  $P_{nap}$ , której wartość musi być równa sile tarcia potoczystego  $P_{tt} = 1,3$  N. Ta siła napędowa musi być skierowana przeciwnie do w/w siły tarcia potoczystego. Tę siłę napędową może na przykład spowodować spadek toru o niewielkim gradientcie, takim żeby składowa ciężaru zestawu kołowego, umiejscowiona na podłużnej płaszczyźnie symetrii główek szyn toru pochylonego na spadku, była równa co do wielkości sile tarcia potoczystego tego zestawu kołowego na torze.

Wtedy ruch toczenia się zestawu kołowego po torze charakteryzowałyby się następującymi cechami:

- oś zestawu kołowego byłaby zawsze prostopadła do podłużnej pionowej płaszczyzny symetrii toru;
- środek ciężkości zestawu kołowego w każdym przekroju poprzecznym przez tor zajmowałby położenie najniższe ze wszystkich możliwych położenia dla tego przekroju i poruszałyby się wzdłuż kierunku toru w podłużnej pionowej płaszczyźnie symetrii toru.

Oczywiście, cechy te wystąpiłyby tylko wtedy, gdyby zestaw kołowy nie został uprzednio wytrącony z położenia środkowego w torze przez jakiś przypadkowy czynnik, ani gdyby jego oś nie została odchylna o pewien kąt od prostej prostopadłej do pionowej płaszczyzny symetrii toru.

Gdyby siła napędowa była większa od siły tarcia potoczystego, ale byłaby skierowana wzdłuż tej samej prostej, to zestaw kołowy poruszałyby się wtedy wzdłuż toru ruchem jednostajnie przyspieszonym, ale byłby to ruch prostoliniowy. Gdyby z kolei siła napędowa była mniejsza od siły tarcia potoczystego, ale była skierowana wzdłuż tej samej prostej, to zestaw kołowy poruszałyby się wzdłuż toru ruchem jedno-

Liczbowo wyniosłoby to:

$$T = \frac{\pi^2 \cdot 28,6}{0,0165} \cdot \sqrt{\frac{(1+0,333) \cdot 0,5}{9,81}} = 4454,5782 \approx 4455s$$

Przypadek ten jest jednak wyłącznie teoretyczny i jest niemożliwy do uzyskania w rzeczywistości. Podano go tu jedynie dla ilustracji zagadnienia.

## 2.2. Zestaw kołowy jest w stanie ruchu

W tym przypadku na wierzchołku fali podskakiwania zestaw kołowy dysponowałby jednocześnie dwoma rodzajami energii:

- energią kinetyczną (analogicznie do wzoru 5)

$$(E_{kin})_{zest} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 \quad (17)$$

gdzie:  $v_{zest}$  – prędkość zestawu kołowego w chwili gdy znajduje się on na wierzchołku fali podskakiwania,

- energią potencjalną

$$(\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (\text{patrz wzór 6})$$

Łączna jego energia wynosi:

$$E_a = (E_{kin})_{zest} + (\Delta E_{pot})_a$$

czyli

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (18)$$

Po stoczeniu się w dolinę fali podskakiwania zestaw kołowy straciłby swój przyrost energii potencjalnej, a jego energia kinetyczna wyniosłaby wówczas:

$$E_{kin\ dol} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2, \quad (19)$$

gdzie:  $v_{dol}$  – prędkość zestawu kołowego w chwili gdy znajdowałby się on w dolinie fali podskakiwania.

Z zasady zachowania energii wynika, że:

$$E_a = E_{kin\ dol}$$

Podstawiając tu (18) i (19), otrzymamy

$$\frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} = \frac{1}{2} \cdot (1+\beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2,$$

czyli

$$v_{dol}^2 = v_{zest}^2 + g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (20)$$

Stąd otrzymujemy

$$v_{dol} = \sqrt{v_{zest}^2 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}}} \quad (21)$$

Gdyby  $v_{zest} = 0$ , to wzór (21) przybrałby postać wzoru (9). Gdy  $v_{zest} \neq 0$ , to można przekształcić wzór (21) jak niżej:

$$v_{dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah} \cdot v_{zest}^2}} \quad (22)$$

Składowa podłużna prędkość, skierowana wzdłuż kierunku toru, wyniesie:

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \cos \varphi_0,$$

czyli

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0},$$

gdzie:  $\varphi_0$  – kąt nachylenia rzutu poziomego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego.

Ponieważ  $\varphi_0$  jest kątem małym, można przyjąć  $\varphi_0 \approx \sin \varphi_0$ , a zatem:

$$v_{x\ dol} = v_{dol} \cdot \sqrt{1 - \varphi_0^2} \quad (23)$$

Podstawiając tu (22) oraz wzór (71) z pracy [3], otrzymujemy:

$$v_{x\ dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \frac{g \cdot y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah} \cdot v_{zest}^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}}}$$

co po przekształceniach daje

$$v_{x\ dol} = v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \left( 1 - \frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}} \right) \cdot \frac{g}{(1+\beta) \cdot v_{zest}^2} - \frac{1}{R} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}} \quad (24)$$

Wartości liczbowe wyrażeń  $y_a^2/R \cdot l_{wah}$  oraz  $y_a^2/l_{wah}$  odpowiednio wynoszą:

$$\frac{y_a^2}{R \cdot l_{wah}} = \frac{0,016^2}{0,5 \cdot 28,6} = 0,0000178$$

$$\frac{y_a^2}{l_{wah}} = \frac{0,016^2}{28,6} = 0,0000089.$$

Wartości tych wyrażeń są pomijalnie małe w zestawieniu z jedyneką. Zatem wzór (24) w przybliżeniu przyjmie postać:

$$v_{xdol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \frac{g}{(1+\beta) \cdot v_{zest}^2} - \frac{1}{R} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}} \quad (25)$$

Gdy  $v_{zest} \approx 1$  m/s, to wzór (25) przyjmie postać

$$v_{xdol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + \left[ \frac{9,81}{(1+0,5) \cdot 1^2} - \frac{1}{0,5} \right] \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}},$$

czyli

$$v_{xdol} \approx v_{zest} \cdot \sqrt{1 + 3,463076923 \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}}}$$

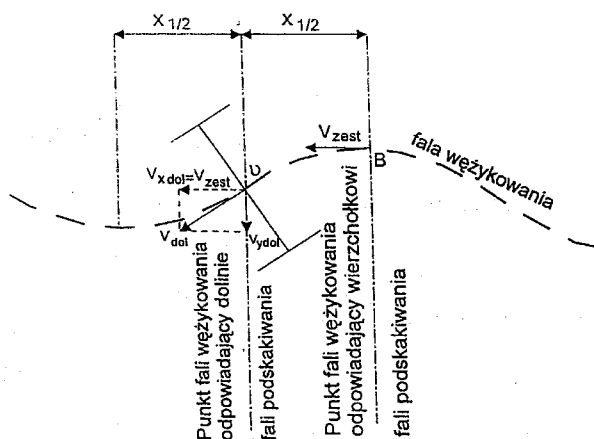
Ponieważ  $y_a^2/l_{wah}$  jest liczbą pomijalnie małą w porównaniu z jedyneką, to:

$$v_{xdol} \approx v_{zest} \quad (26)$$

Taki sam wynik uzyskamy, gdy będzie  $v_{zest} > 1$  m/s. Z wzoru (20) otrzymujemy

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (27)$$

Rozkład prędkości zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania rzucony na płaszczyznę rzutu poziomego fali wężykowania, widziany z góry, przedstawiono na rys.1:



Rys. 1. Rozkład prędkości zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania

Z rysunku 1 widać, że

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = v_{ydol}^2 \quad (28)$$

Podstawiając to do (27) otrzymalibyśmy

$$v_{ydol}^2 = g \cdot \frac{y_a^2}{(1+\beta) \cdot l_{wah}} \quad (29)$$

Stąd otrzymalibyśmy amplitudę prędkości poprzecznej ruchu zestawu kołowego w torze, która równałaby się:

$$v_{ydol} = y_a \cdot \sqrt{\frac{g}{(1+\beta) \cdot l_{wah}}} \quad (30)$$

Liczbowo wyniosłoby to:

$$v_y = 0,016 \cdot \sqrt{\frac{9,81}{(1+0,5) \cdot 28,602}} = 0,0076511 \frac{m}{s} \approx 7,65 \frac{mm}{s}$$

Zatem w niniejszym przypadku spadek energii potencjalnej zestawu kołowego zamieniłby się na energię kinetyczną ruchu poprzecznego zestawu kołowego w torze. Przypadek ten jest wprawdzie teoretyczny, jednak jest on podobny do przypadku rzeczywistego omówionego w dalszej części pracy.

### 3. Warunek konieczny prostoliniowego ruchu jednostajnego zestawu kołowego wzdłuż kierunku toru

Aby zestaw kołowy mógł toczyć się wzdłuż kierunku toru ze stałą prędkością liniową, musi on być nieprzerwanie pchany siłą napędową  $P_{nap}$ , której wartość musi być równa sile tarcia potoczystego  $P_{tt} = 1,3$  N. Ta siła napędowa musi być skierowana przeciwnie do w/w siły tarcia potoczystego. Tę siłę napędową może na przykład spowodować spadek toru o niewielkim gradiencie, takim żeby składowa ciężaru zestawu kołowego, umiejscowiona na podłużnej płaszczyźnie symetrii główek szyn toru pochylonego na spadku, była równa co do wielkości sile tarcia potoczystego tego zestawu kołowego na torze.

Wtedy ruch toczenia się zestawu kołowego po torze charakteryzowałby się następującymi cechami:

- oś zestawu kołowego byłaby zawsze prostopadła do podłużnej pionowej płaszczyzny symetrii toru;
- środek ciężkości zestawu kołowego w każdym przekroju poprzecznym przez tor zajmowałby położenie najniższe ze wszystkich możliwych położenia dla tego przekroju i poruszałby się wzdłuż kierunku toru w podłużnej pionowej płaszczyźnie symetrii toru.

Oczywiście, cechy te wystąpiłyby tylko wtedy, gdyby zestaw kołowy nie został uprzednio wytrącony z położenia środkowego w torze przez jakiś przypadkowy czynnik, ani gdyby jego oś nie została odchylona o pewien kąt od prostej prostopadłej do pionowej płaszczyzny symetrii toru.

Gdyby siła napędowa była większa od siły tarcia potoczystego, ale byłaby skierowana wzdłuż tej samej prostej, to zestaw kołowy poruszałby się wtedy wzdłuż toru ruchem jednostajnie przyspieszonym, ale byłby to ruch prostoliniowy. Gdyby z kolei siła napędowa była mniejsza od siły tarcia potoczystego, ale była skierowana wzdłuż tej samej prostej, to zestaw kołowy poruszałby się wzdłuż toru ruchem jedno-

stajnie opóźnionym, ale byłyby to również ruch prostoliniowy. Gdyby siła napędowa była skierowana pod pewnym kątem do kierunku siły tarcia potocznego, albo leżała na prostej innej niż siła tarcia potocznego, to ruch zestawu kołowego zatraciłby prostoliniowość, a wystąpiłoby wytrącenie zestawu kołowego ze środkowego położenia w torze. W ślad za tym w dolinie fali podskakiwania wystąpiłby kąt odchylenia osi zestawu kołowego od normalnej do kierunku toru. Od tej chwili przez pewien czas nie mógłby już istnieć prostoliniowy ruch jednostajny zestawu kołowego, lecz pojawiłoby się wężykowanie tego zestawu, a wraz z nim podskakiwanie jego środka ciężkości.

#### 4. Przypadek rzeczywisty z uczestnictwem tarcia

Po uwzględnieniu tarcia toczonego i ślizgowego jakie występuje w rzeczywistości, przy współpracy kół z szynami, zależności opisujące różne wielkości są bardziej złożone.

Gdy zestaw kołowy poruszający się z prędkością liniową skierowaną wzdłuż toru równą  $v_{zest}$  znajduje się na wierzchołku fali podskakiwania, to jego prędkość całkowita  $v_{zest}$  jest skierowana równoległe do kierunku toru, a jego energia kinetyczna wynosi:

$$(E_{kin})_{zest} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 \quad (\text{patrz wzór 17})$$

Równocześnie dysponuje on przyrostem energii potencjalnej równym

$$(\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (\text{patrz wzór 6})$$

Łączna energia zestawu kołowego wynosi wówczas:

$$E_a = (E_{kin})_{zest} + (\Delta E_{pot})_a,$$

czyli

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}}$$

Jeśli zestaw kołowy stoczy się w dolinę fali podskakiwania, to zajmie on środkowe położenie w torze, a jego oś odchyli się od normalnej do kierunku toru o kąt  $\varphi_0$ . Temu zjawisku towarzyszy praca spowodowana tarciami na drodze równej sumie poślizgów poosiowych zestawu kołowego w torze. Wartość tej pracy, czyli ilość energii, która ulegnie rozproszeniu, wyraża następująca zależność (patrz opracowanie [6], wzór 35):

$$L_{TO-a} = \mu \cdot (\Delta E_{pot})_a \cdot \text{tg } \delta_{ekw} \quad (31)$$

Wartość pracy tarcia potocznego zestawu kołowego na torze – czyli rozproszonej energii – wynosi:

$$L_{tt} = P_{tt} \cdot x_a \quad (32)$$

gdzie:  $P_{tt}$  – siła tarcia potocznego zestawu kołowego na torze;  $P_{tt} = 1,3 \text{ N}$ ,

$x_a$  – odległość doliny fali podskakiwania od wierzchołka tej fali.

Na skutek działania siły napędowej  $P_{nap} = 1,3 \text{ N}$ , na drodze  $x_a$  została wytworzona następująca wartość energii:

$$L_{nap} = P_{nap} \cdot x_a \quad (33)$$

Energia zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania jest energią kinetyczną i wynosi

$$E_{kin\ dol} = (E_{kin})_a + (\Delta E_{pot})_a + L_{nap} - L_{tt} - L_{TO-a}$$

Podstawiając tu (17), (6), (33), (32) i (31), otrzymamy

$$E_{kin\ dol} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} + P_{nap} \cdot x_a - P_{tt} \cdot x_a - \mu \cdot \text{tg } \delta_{ekw} \cdot (\Delta E_{pot})_a$$

Ponieważ  $P_{nap} = P_{tt}$ , a  $(\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot z_a$ , to

$$E_{kin\ dol} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} - \mu \cdot m_{zk} \cdot g \cdot z_a \cdot \text{tg } \delta_{ekw} \quad (34)$$

W dolinie fali podskakiwania zestaw kołowy osiągnie prędkość  $v_{dol}$ . Energia kinetyczna odpowiadająca tej prędkości wyniesie

$$E_{kin\ dol} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2 \quad (35)$$

Porównując (34) i (35), otrzymamy

$$\frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{zest}^2 + m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} - \mu \cdot m_{zk} \cdot g \cdot z_a \cdot \text{tg } \delta_{ekw} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \cdot m_{zk} \cdot v_{dol}^2$$

czyli

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = \frac{g}{1 + \beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{wah}} - 2\mu \cdot \text{tg } \delta_{ekw} \cdot \frac{g}{1 + \beta} \cdot z_a \quad (36)$$

Rozkład prędkości zestawu kołowego w dolinie fali podskakiwania na płaszczyźnie rzutu poziomego fali wężykowania, widziany z góry, wygląda identycznie jak na rys.1. Zatem

$$v_{dol}^2 - v_{zest}^2 = v_y\ dol^2 \quad (\text{wzór 28})$$

Podstawiając to do (36), otrzymamy

$$v_{y\text{dol}}^2 = \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{\text{wah}}} - 2\mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot \frac{g}{1+\beta} \cdot z_a \quad (37)$$

Ale z [6], wzór (25) mamy

$$z_a = \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}}$$

Podstawiając to do (37), otrzymamy

$$v_{y\text{dol}}^2 = \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{\text{wah}}} - 2\mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}},$$

skąd po przekształceniach będzie

$$v_{y\text{dol}}^2 = [1 - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}] \cdot \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{\text{wah}}} \quad (38)$$

Stąd otrzymujemy amplitudę prędkości poprzecznej zestawu kołowego w torze

$$v_{y\text{dol}} = y_a \cdot \sqrt{[1 - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}] \cdot \frac{g}{(1+\beta) \cdot l_{\text{wah}}}} \quad (39)$$

Tak więc spadek energii potencjalnej zestawu kołowego podczas kołysania, pomniejszony o pracę sił tarcia na sumie dróg poślizgów poosiowych zestawu kołowego na torze, zamienia się na energię kinetyczną ruchu poprzecznego tego zestawu kołowego w torze. Zatem w tym aspekcie niniejszy przypadek rzeczywisty jest podobny do przypadku teoretycznego opisanego w punkcie 2.2 niniejszej pracy.

## 5. Przyrost energii potencjalnej zestawu kołowego w chwili osiągnięcia następnej amplitudy kołysania

Załóżmy, że z chwilą osiągnięcia następnej amplitudy kołysania zestaw kołowy osiągnie przyrost energii potencjalnej równy  $(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}}$

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = m_{\text{zk}} \cdot g \cdot z_{a_{\text{nast}}} \quad (40)$$

gdzie:  $z_{a_{\text{nast}}}$  – następna amplituda podskakiwania środka ciężkości zestawu kołowego.

Stąd otrzymamy

$$z_{a_{\text{nast}}} = \frac{(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}}}{m_{\text{zk}} \cdot g} \quad (41)$$

Z wzoru (31) po podstawieniu wyrażenia  $(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}}$  zamiast  $(\Delta E_{\text{pot}})_a$  otrzymamy pracę tarcia na drodze poślizgów poosiowych podczas przejazdu zestawu kołowego z doliny fali podskakiwania na następny wierzchołek tej fali.

$$L_{\text{TO-a}_{\text{nast}}} = \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} \quad (42)$$

Zatem praca tarcia na drodze poślizgów poosiowych zestawu kołowego podczas przejazdu od jednego wierzchołka fali podskakiwania do drugiego wierzchołka tej fali wyniesie

$$L_{\text{To}_{\text{okr}}} = L_{\text{TO-a}} + L_{\text{TO-a}_{\text{nast}}}$$

Podstawiając do powyższego wzoru (41) i (42), otrzymamy

$$L_{\text{To}_{\text{okr}}} = \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a + \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} \quad (43)$$

Zachodzi zależność

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = (\Delta E_{\text{pot}})_a - L_{\text{To}_{\text{okr}}}$$

Podstawiając tu (43), otrzymamy

$$\begin{aligned} (\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} &= \\ &= (\Delta E_{\text{pot}})_a - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} \end{aligned}$$

czyli

$$(1 + \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}) \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = (1 - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}) \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a$$

Stąd otrzymamy przyrost energii potencjalnej na następnym wierzchołku fali podskakiwania wyniesie

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = \frac{1 - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}}{1 + \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a \quad (44)$$

Oznaczmy

$$\begin{aligned} 1 - \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} &= K \\ 1 + \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} & \end{aligned} \quad (45)$$

gdzie:  $K$  – współczynnik pozostałości przyrostu energii potencjalnej zestawu kołowego po przebyciu przez niego drogi pomiędzy dwoma kolejnymi wierzchołkami fali podskakiwania.

Wartość liczbowa  $K$  dla  $\mu = 0,33$  i  $\text{tg } \delta_{\text{ekw}} = 0,0254$  wynosi

$$K = \frac{1 - 0,33 \cdot 0,0254}{1 + 0,33 \cdot 0,0254} = 0,988883375 \approx 0,98$$

Wzór (44) przyjmie teraz postać

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = K \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a \quad (46)$$



## 6. Tłumienie wężykowania

W celu prześledzenia tendencji tłumienia wężykowania można wyznaczyć pewne wskaźniki charakteryzujące to zjawisko. Są nimi:

- iloraz dwu kolejnych wartości maksymalnego podskoczenia środka ciężkości zestawu kołowego,
- iloraz dwu kolejnych amplitud wężykowania.

Zależność opisująca dwie kolejne wartości energii potencjalnej ma postać:

$$\frac{(\Delta E_{\text{pot}})_a}{(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}}} = \frac{1}{K}$$

Ponieważ

$$(\Delta E_{\text{pot}})_a = m_{\text{zk}} \cdot g \cdot z_a$$

oraz

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{a_{\text{nast}}} = m_{\text{zk}} \cdot g \cdot z_{a_{\text{nast}}}$$

to iloraz dwu kolejnych podskoczeń środka ciężkości zestawu kołowego wynosi

$$\frac{z_a}{z_{a_{\text{nast}}}} = \frac{1}{K} \quad (47)$$

Iloraz dwu kolejnych amplitud wężykowania można obliczyć odwołując się do pracy [6]. Z pracy tej, wzór (25), mamy:

$$z_a = \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}}$$

$$z_{a_{\text{nast}}} = \frac{y_{a_{\text{nast}}}^2}{2l_{\text{wah}}}$$

Podstawiając to do (47) otrzymamy

$$\frac{y_a^2}{y_{a_{\text{nast}}}^2} = \frac{1}{K}$$

Stąd iloraz dwu kolejnych amplitud wężykowania wynosi

$$\frac{|y_a|}{|y_{a_{\text{nast}}}|} = \frac{1}{\sqrt{K}}$$

Oznaczmy

$$\frac{1}{\sqrt{K}} = v \quad (48)$$

Wartość liczbową  $v$  wynosi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{0,98}} = 1,01$$

Teraz iloraz dwu kolejnych amplitud wężykowania przyjmie postać:

$$\frac{|y_a|}{|y_{a_{\text{nast}}}|} = v \quad (49)$$

Posługując się tą zależnością można wyznaczyć dekrement logarymiczny tłumienia wężykowania.

Dekrementem logarymicznym wężykowania zestawu kołowego jest wyrażenie  $\ln v$ .

Jego przybliżona wartość wynosi:

$$\ln v = \ln 1,01 = 0,005$$

## 7. Uogólnienie powyższych rozważań na przypadek współpracy zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół z torem o wypukłych główkach szyn

Dla zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół toczonego się po torze o wypukłych główkach szyn słuszne są rozważania wyprowadzone w [3]. Przebieg ruchu wypadkowego tego zestawu kołowego będzie podobny do przebiegu ruchu wypadkowego zestawu kołowego o stożkowych bieżniach kół poruszającego się po torze zbudowanym z szyn krawędziowych. Jedynie łączna droga poślizgów obu kół będzie  $\alpha_{\text{ad}}$  razy większa dla zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół współpracującego z torem o wypukłych główkach szyn, niż wynosiła ona dla zestawu kołowego o stożkowych bieżniach kół współpracującego z torem o krawędziowych główkach szyn. Przy tym  $\alpha_{\text{ad}} = 11,1$ .

Tym samym wszelkie prace tarcia na drodze poślizgów poosiowych obu kół zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół będą 11,1 razy większe niż odpowiadające im prace tarcia zestawu kołowego o stożkowych bieżniach kół współpracującego z torem o krawędziowych główkach szyn.

Wzór (35) z [6], dla zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół współpracującego z torem o wypukłych główkach szyn, będzie wyglądał następująco:

$$L_{\text{TO-a}} = \alpha_{\Delta d} \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} (\Delta E_{\text{pot}})_a$$

Natomiast wzory z niniejszej pracy przyjmą następujące postacie:

- wzór (34)

$$E_{\text{kindol}} = \frac{1}{2} (1 + \beta) \cdot m_{\text{zk}} V_{\text{zest}}^2 + m_{\text{zk}} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}} + \quad (50)$$

$$- \alpha_{\Delta d} \cdot \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot m_{\text{zk}} \cdot g \cdot z_a$$

- wzór (36)

$$V_{\text{dol}}^2 - V_{\text{zest}}^2 = \frac{g}{1 + \beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{\text{wah}}} - 2\alpha_{\Delta d} \cdot \mu \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \cdot \frac{g}{1 + \beta} \cdot z_a \quad (51)$$

- wzór (37)

$$V_{y\text{ dol}}^2 = \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{l_{\text{wah}}} - 2\alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw} \cdot \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}}, \quad (52)$$

skąd po przekształceniach otrzymamy

$$V_{y\text{ dol}}^2 = (1 - \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}) \cdot \frac{g}{1+\beta} \cdot \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}} \quad (53)$$

Stąd otrzymujemy amplitudę prędkości poprzecznej zestawu kołowego w torze

$$V_{y\text{ dol}} = y_a \cdot \sqrt{(1 - \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}) \cdot \frac{g}{2(1+\beta) \cdot l_{\text{wah}}}} \quad (54)$$

- wzór (42)

$$L_{\text{TO-a nast}} = \alpha_{ad} \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw} (\Delta E_{\text{pot}})_{\text{a nast}} \quad (55)$$

- wzór (43)

$$L_{T\text{ okr}} = \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw} (\Delta E_{\text{pot}})_{\text{a}} + \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw} (\Delta E_{\text{pot}})_{\text{a nast}} \quad (56)$$

- wzór (44)

$$(\Delta E_{\text{pot}})_{\text{a nast}} = \frac{1 - \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}}{1 + \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}} \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_{\text{a}} \quad (57)$$

- wzór (45)

$$K = \frac{1 - \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}}{1 + \alpha_{ad} \cdot \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw}} \quad (58)$$

Liczbowo wartość K dla zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach toczącego się po wypukłych główkach szyn wynosi (dane liczbowe przyjęto według [3])

$$K = \frac{1 - 11,1 \cdot 0,33 \cdot 0,0254}{1 + 11,1 \cdot 0,33 \cdot 0,0254} = \frac{1 - 0,093}{1 + 0,093} = \frac{0,907}{1,093} = 0,83$$

Wartość liczbową wyliczoną z wzoru (48) będzie większa i wyniesie

$$v = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{0,83}} = 1,097$$

Logarytmiczny dekrement wężykowania wyniesie

$$\ln v = \ln 1,097 = 0,092.$$

Z powyższego wynika, że w przypadku zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach, poruszającego się po szynach o wypukłych główkach, tłumienie wężykowania jest znacznie bardziej intensywne niż w przypadku zestawu kołowego o stoż-

kowych bieżniach poruszającego się po szynach krawędziowych.

## 8. Zakończenie

Przeprowadzona analiza ujawniła niektóre zjawiska nie opisywane dotąd przez naukę, uściśliła je, a tym samym poszerzyła możliwości dokładniejszego poznania i opisu procesu kołysania poprzecznego zestawu kołowego podczas jego wężykowania w torze.

W pracy wykazano różnicę i analogie jakie występują podczas współpracy zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół toczących się po torze o wypukłych główkach szyn (koleje) oraz zestawu kołowego o stożkowych bieżniach kół poruszającego się po torze zbudowanym z szyn krawędziowych (tramwaje).

Wężykowanie zestawu kołowego zachodzi wtedy, kiedy toczy się on bez poślizgów wzdłuż kierunku toru, a jakiś przypadkowy czynnik, na przykład lokalna nierówność toru, wytrąci go z położenia środkowego w torze, albo odchyli jego oś od prostopadłej do kierunku toru. Wówczas rozpoczyna on ruch falisty wzdłuż toru, znany powszechnie jako wężykowanie zestawu kołowego. Podczas wężykowania środek ciężkości zestawu kołowego porusza się wzdłuż toru, a jednocześnie oscyluje wokół podłużnej pionowej płaszczyzny symetrii toru w kierunku poprzecznym do tego toru.

Równocześnie z wężykowaniem i nierozłącznie z nim, rozpoczyna się inny niepożądany ruch środka ciężkości zestawu kołowego. Jest to pulsujące unoszenie go w górę i ponowne opadanie w dół. To pionowe podskakiwanie środka ciężkości ma długość fali równą połowie długości fali wężykowania. Każdej amplitudzie drogi wężykowania, niezależnie od jej kierunku, towarzyszy maksimum uniesienia środka ciężkości zestawu kołowego.

Wężykowanie i podskakiwanie środka ciężkości zestawu kołowego są ruchami składowymi złożonego ruchu, jakim jest kołysanie poprzeczne zestawu kołowego. Kołysanie odbywa się wokół osi kołysania. Oś kołysania jest równoległa do kierunku toru, leży w pionowej płaszczyźnie symetrii toru i jest oddalona o stałą odległość pionową od płaszczyzny główek szyn.

Ponieważ odległość pionowa osi kołysania poprzecznego od płaszczyzny główek szyn, a więc również od środka ciężkości zestawu kołowego, jest duża w stosunku do wymiarów tego zestawu, a kąt wychylenia jest niewielki, można uznać, że kształt drogi ruchu kołysania poprzecznego zestawu kołowego jest identyczny z kształtem drogi ruchu wahadła matematycznego. Oczywiście, kołysanie to jest blokowane przez tarcie ślizgowe zestawu kołowego o szyny, dlatego nie można tu mówić o samoczynnym wahanii się zestawu kołowego jako wahadła matematycznego. Jednak w połączeniu z toczeniem się zestawu kołowego wzdłuż toru, wahanie to jest możliwe jako kołysanie wymuszone przez wymiary bieżni kół zestawu kołowego i przez prędkość liniową tego zestawu wzdłuż toru.

Kołysaniu poprzecznemu zestawu kołowego towarzyszą przemiany energetyczne. Wraz z każdym uniesieniem środka ciężkości w górę zestaw kołowy uzyskuje przyrost swojej energii potencjalnej w stosunku do swego środkowego poło-

żenia w torze. Wraz z każdym opadnięciem w dół powyższy przyrost energii potencjalnej zamienia się na energię kinetyczną ruchu poprzecznego do kierunku toru, czyli na energię kinetyczną wężykowania. W chwili przechodzenia przez środkowe położenie w torze prędkość poprzeczna wężykowania osiąga maksimum by ponownie spaść do zera w połowie amplitudy drogi poprzecznej wężykowania zestawu kołowego.

Powyższemu kołysaniu towarzyszą poślizgi poosiowe zestawu kołowego na torze. Praca sił tarcia ślizgowego na sumie dróg poślizgów poosiowych jest rozproszeniem przyrostu energii potencjalnej zestawu kołowego. Zatem każde kolejne uniesienie zestawu kołowego w górę będzie mniejsze od poprzedniego, a ponieważ wielkość tego uniesienia jest ściśle związana z amplitudą drogi poprzecznej wężykowania, to każda kolejna amplituda drogi wężykowania będzie mniejsza od poprzedniej. Oznacza to tłumienie wężykowania. Zatem ruch kołysania zestawu kołowego w poprzek toru jest ruchem samoistnie tłumiącym się.

Wobec tego wężykowanie, z którym nierozłącznie związane jest kołysanie zestawu kołowego w torze, jest również tłumione i w końcu gaśnie. Ponownie może ono rozpocząć się dopiero wraz z nową nierównością toru, lub innym (na przykład pochodzącym od konstrukcji pojazdu) impulsem wzbudzającym wężykowanie.

Wyniki analizy zjawisk występujących podczas wężykowania zestawu kołowego w torze, przedstawione w całości niniejszej pracy, poszerzają możliwość rozwiązania niektórych problemów pojazdów szynowych, np. ułatwiają dokładniejsze obliczenia skrajni kinematycznej taboru, jego dynamiki i innych.

## Literatura

- [1] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część I. Mechanika wężykowania zestawu kołowego. Pojazdy Szynowe, nr 2/1999.*
- [2] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część II. Obliczenie krzywizn konturów bieżni koła i główki szyny kolejowej oraz wyznaczenie rzeczywistego położenia kręgow tocznych zestawu kołowego na torze. Pojazdy Szynowe, nr 3/1999*
- [3] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część III. Obliczenia kinematyczne zestawu kołowego przesuniętego prostopadle do osi podłużnej toru. Zestaw kołowy o stożkowych bieżniach kół poruszających się po torze krawędziowym. Pojazdy Szynowe, nr 4/1999*
- [4] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część IV. Obliczenia kinematyczne zestawu kołowego przesuniętego prostopadle do osi podłużnej toru. Zestaw kołowy o wklęsłych bieżniach kół poruszających się po torze o wypukłych główkach szyn. Pojazdy Szynowe, nr 1/2000.*
- [5] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część V. Ustalenie wzorów dla zestawu kołowego w położeniu środkowym w torze, obróconego o pewien kąt wokół linii pionowej przechodzącej przez jego środek ciężkości. Pojazdy Szynowe, nr 2/2000.*
- [6] Gąsowski W., Lang R.: *Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część VI. Ustalenie parametrów kinematycznych i sił tarcia zestawu kołowego współpracującego z torem. Pojazdy Szynowe, nr 3/2000.*