
dr inż. Stanisław Bocian
Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR”
dr inż. Piotr Boguś
Akademia Medyczna w Gdańsku
Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR”

Przetwarzanie obrazu w wizyjnej kontroli i diagnostyce hamulca tarczowego

Niniejsza praca kontynuuje cykl artykułów opisujących nowe podejście w zakresie diagnostyki i nadzoru hamulców tarczowych. W pracy opisano metody przetwarzania obrazu hamulca tarczowego. Przedstawiono testowanie jakości obrazu z punktu widzenia różnych metod przetwarzania. Pozwala to na wybranie tych metod, które dla takich obrazów nadają się najlepiej.

(Artykuł powstał w ramach projektu badawczego KBN nr 9T12C 064 14 „Wizyjny system kontroli i diagnostyki zjawisk trybologicznych wybranych zespołów pojazdów szynowych”)

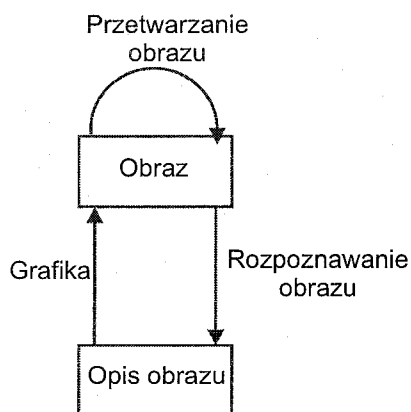
1. Wstęp

Przetwarzanie danych obrazowych przez komputer przyjmuje różne formy w zależności od typu zastosowań. Zwyczajowo można podzielić je na grafikę, przetwarzanie obrazów i rozpoznanie obrazów [15].

Grafika komputerowa zajmuje się tworzeniem obrazów na podstawie informacji nieobrazowej i obejmuje różnego typu zastosowania. Plastyka i animacja komputerowa są dwoma rodzajami zastosowań grafiki, które rozwijają się

ostatnio najszybciej. Grafika komputerowa to także wykresy funkcji z danych eksperymentalnych oraz tworzenie scen używanych np. w symulatorach lotu.

Przetwarzanie obrazu to przekształcanie obrazu cyfrowego w obraz cyfrowy. Jest to problematyka głównie teoretyczna i obejmuje tworzenie algorytmów matematycznych polepszających jakość obrazu lub uwypuklające pewne jego cechy. W praktyce przetwarzanie obrazu obejmuje wszelkiego rodzaju filtracje obrazu (zapewniające np. wyostrenie lub rozmycie krawędzi) wykrywanie tych krawędzi itp.



Rys.1. Schemat zależności między grafiką, przetwarzaniem i rozpoznawaniem obrazów [15].

Rozpoznawanie obrazu to przekształcenie obrazu cyfrowego w opis obrazu. Opis obrazu jest bardzo szerokim pojęciem, może obejmować ogólności segmentację obrazu, analizę cech obrazu, analizę cech obiektu występujących na obrazie, lokalizację obiektów na obrazie, wyznaczanie parametrów ruchu, wyznaczanie przestrzeni cech, klasyfikację obrazu oraz obiektów występujących na obrazie itd. W pewnym sensie rozpoznanie obrazów jest zagadnieniem odwrotnym do grafiki komputerowej, proces zaczyna się od obrazu, który zamienia się w abstrakcyjny opis: zbiór liczb, łańcuch symboli lub graf. Dalsze przetworzenie takiego opisu daje w wyniku przydział danego obrazu do jednej z kilku klas. Generalnie rozpoznanie obrazu ma sens podobny do rozpoznania obrazu jaki jest formułowany przez człowieka.

Na rys.1 ukazano różnice i podobieństwa między tymi trzema dziedzinami. Najwcześniej wykryto powiązanie między rozpoznaniem i przetwarzaniem obrazów, ponieważ jest możliwe przekształcenie obrazu w sposób ułatwiający jego kwalifikację. Wykrycie powiązań między tymi dwiema dziedzinami i grafiką komputerową nastąpiło znacznie później. Grupą problemów wspólnych dla wszystkich dziedzin są zagadnienia wewnętrznej reprezentacji obrazów w komputerze: struktury danych, ich przechowywanie, kompresję itp. Przy innych problemach cechy wspólne są mniej oczywiste. Na przykład przetwarzanie obrazów zajmuje się często znajdowaniem konturów, a równoważnym działaniem w grafice jest wypełnienie konturów. Ponieważ jedna z tych operacji jest odwróceniem drugiej, nie więc dziwnego, że pewne zagadnienia teoretyczne są wspólne dla obydwu. Podział na grafikę, przetwarzanie i rozpoznawanie nie jest więc aż taki ścisły i jednoznaczny. Wydaje się, że wprowadzając ten podział decydujące dla nas są nie tyle cele tych podejść (które można interpretować bardzo różnie), ale raczej wykorzystywane w nich formalizmy matematyczne, które je różnią. W przetwarzaniu obrazów używamy takich metod jak transformata Fouriera, filtracje przestrzenne, wyostrenie krawędzi, proste metody segmentacji itp. Natomiast w rozpoznawaniu obrazów wykorzystujemy szeroko rozumiane metody klasyfikacji (statyczne, klasyczne lub rozmyte), segmentację poprzez grupowanie danych z użyciem rozbudowanych algorytmów bazujących np. na metodach fizyki statycznej, metodach rozmytych czy probabilistycznych.

Ogólnie systemy wizyjne mogą wykonywać następujące operacje [19]:

1. pozyskanie obrazu (z użyciem kamery) i przetworzenie go do postaci cyfrowej;
2. wstępne przetworzenie obrazu, jego filtrację i wyostrenie, a także jego binaryzację;
3. segmentację obrazu i wydzielenie poszczególnych obiektów, a także ich fragmentów (np. krawędzi i innych linii);
4. analiza obrazów i wyznaczanie cech obiektów oraz informacji o ich lokalizacji;
5. rozpoznanie i rozumienie obrazu.

Jedynie czynności wymienione w pozycji 1 są wykonywane na drodze czysto sprzętowej. Wszystkie dalsze wymagają opracowania i zrealizowania odpowiedniego algorytmu.

Wymienione wyżej poszczególne etapy przetwarzania dokonują operacji o następujących ogólnych schematach:

- | | | | |
|----|----------------|---|----------------|
| 1. | obraz fizyczny | → | obraz cyfrowy; |
| 2. | obraz cyfrowy | → | obraz cyfrowy; |
| 3. | obraz cyfrowy | → | obraz cyfrowy; |
| 4. | obraz cyfrowy | → | opis obrazu; |
| 5. | opis obrazu | → | opis obrazu. |

Obraz jest zawsze strukturą danych o bardzo dużej pojemności, zatem wszystkie etapy procesu przetwarzania są bardzo pracochłonne. Równocześnie jednak są to operacje stosunkowo proste. W punkcie 4 gdzie następuje przetwarzanie obrazu cyfrowego na opis obrazu następuje radykalna redukcja informacji o objętości obrazu, dlatego łatwo przy tym o utratę informacji istotnych z punktu widzenia algorytmu działania całego systemu. Opis obrazu ma niewielką objętość, ale wymaga algorytmów przetwarzania o dużym stopniu złożoności.

2. Przetwarzanie obrazów.

W dalszych rozdziałach tego opracowania przedstawimy problemy przetwarzania obrazów w wizyjnej kontroli i diagnostyce hamulca tarczowego.

Zasadniczym i pierwotnym zagadnieniem przetwarzania obrazów jest jego cel. Dobre sprecyzowania i określenie warunków charakterystycznych dla danego celu, ułatwia określenie używanych metod przetwarzania. Cele przetwarzania mogą być bardzo różne, tutaj wymienimy tylko kilka podstawowych grup:

1. przetwarzanie obrazu w celu eliminacji zniekształceń i zakłóceń, które pojawiły się w obrazie analogowym. To przetwarzanie sygnałów sprowadza się na ogół do realizacji specjalnego rodzaju korekcji i filtracji obrazu wejściowego;
2. przetwarzanie obrazu realizowane dla poszczególnych potrzeb człowieka np. obraz medyczny przetwarzany dla potrzeb lekarza. W tym przypadku chodzi o takie przetwarzanie by poprawić jakość obrazu lub wyeksponować pewne jego szczegóły lub fragmenty;
3. przetwarzanie obrazów dla potrzeb ich przesyłania. Tutaj przetwarzanie sprowadza się do różnych rodzajów kodowania obrazów, kompresji itp. Są to na ogół bardzo złożone i specyficzne metody przetwarzania;

4. przetwarzanie obrazów dla potrzeb grafiki komputerowej. Tutaj mamy bardzo wiele specyficznych metod przetwarzania. Większość nie dotyczy jednak wprost obrazu, a pewnych przedmiotów przestrzennych obrazu, które są obracane, rzutowane itp.;
5. przetwarzanie obrazów dla potrzeb rozpoznawania obrazów. To przetwarzanie korzysta również z wielu specjalistycznych metod i często dotyczy jedynie wybranych obiektów znajdujących się na obrazie.

W dalszej części interesować nas będzie głównie przetwarzanie dla celów określonych w punkcie 1, 2 i 5. W bogatej literaturze dotyczącej wizyjnej techniki komputerowej zdefiniowana została duża różnorodność algorytmów przetwarzania obrazu. Możliwych sposobów przetwarzania jednego obrazu w inny jest nieskończenie wiele, jednak większość nie posiada znaczenia praktycznego. Niemniej ta część przekształceń, które mogą przynieść praktyczne efekty, jest na tyle liczna, że warto sklasyfikować ją na grupy ze względu na posiadane cechy. Podstawowe z nich to:

- przekształcenie geometryczne;
- przekształcenie punktowe (bezkontekstowe);
- przekształcenie kontekstowe (filtry konwolucyjne, logiczne i medianowe);
- przekształcenie widmowe (wykorzystujące transformację Fouriera);
- przekształcenie morfologiczne.

Przekształcenia geometryczne składają się z przesunięć, obrotów, odbić i inne transformacji obrazu. Przekształcenia te wykorzystywane są do korekcji błędów wnoszonych przez system wprowadzający oraz do operacji pomocniczych.

Przekształcenia przy pomocy filtrów polegają na modyfikacji poszczególnych elementów obrazu w zależności od stanu ich samych i ich otoczenia. Ze względu na tę kontekstowość operacje filtracji mogą wymagać dość długiego czasu - żeby wyprodukować jeden punkt obrazu wynikowego trzeba poddać określonym przekształceniom zarówno odpowiadający mu punkt obrazu źródłowego, jak i kilka (do kilkudziesięciu!) punktów z jego otoczenia. Jednak przekształcenie wchodzące w skład filtracji obrazu są algorytmicznie proste i regularne, a ponadto mogą być wykonywane na wszystkich punktach obrazu równocześnie bez konieczności uwzględniania przy przetwarzaniu jednego piksela wyników przetwarzania innych pikseli. Powoduje to, że do celów filtracji obrazów coraz chętniej i coraz częściej stosuje się specjalizowane procesory dokonujące współbieżnego przetwarzania wszystkich punktów obrazu na drodze sprzętowej.

Przekształcenia widmowe są pod wieloma względami podobne do filtracji kontekstowych, z tym, że kontekstem używanym w operacjach jest w istocie cały obraz. Technika przekształceń widmowych polega na tym, że najpierw w oparciu o cały obraz obliczane jest (z użyciem transformacji Fouriera) dwuwymiarowe widmo obrazu, następnie widmo to podlega określonej modyfikacji (najczęściej dokonujemy przemnożenia przez funkcję filtru) a następnie dokonywana jest rekonstrukcja obrazu (z użyciem odwrotnej transformacji Fouriera). Taki sposób przetwarzania obrazu pozwala na wyjątkowo precyzyjne kontrolowanie skutków dokonywanych transformacji, jednak z punktu widzenia jakości obrazów nie wnosi istotnie nowej jakości, a wiąże się z ogrom-

nyimi obciążeniami obliczeniowymi komputera (wykonywanie transformacji Fouriera).

Przekształcenia morfologiczne różnią się od filtrów tym, że dany element obrazu nie jest modyfikowany zawsze, ale tylko wtedy, gdy spełniony jest zadany warunek logiczny. Przekształcenia morfologiczne wykonywane są zazwyczaj iteracyjnie aż do zaistnienia zadanego warunku logicznego (zazwyczaj braku dalszych zmian w przetwarzanym obrazie).

W pracy opisane zostaną metody przetwarzania punktowego oraz przekształcenia kontekstowe.

Cechą charakterystyczną punktowych przekształceń obrazu jest, że poszczególne elementy obrazu (punkty) modyfikowane są niezależnie od stanu elementów. Przekształcenie punktowe dzielimy na trzy podstawowe grupy:

1. metody jednopunktowe – w którym jakość danego piksela obrazu wyjściowego zależy jedynie od wartości tego piksela w obrazie wejściowym;
2. metody wielopunktowe – w którym jasność danego piksela obrazu wyjściowego zależy od jasności pewnej ograniczonej grupy pikseli obrazu wejściowego;
3. metody całościowe – w którym jasność danego piksela obrazu wyjściowego zależy od jasności wszystkich pikseli obrazu wejściowego.

Metody w których jasność danego piksela obrazu wyjściowego zależy jedynie od wartości tego piksela w obrazie wejściowym nazywamy metodami jednopunktowymi. Nowy obraz powstaje tutaj przez przekształcenie każdego piksela obrazu osobno. Jeśli $a(i,j)$ reprezentuje jasność piksela obrazu wejściowego w punkcie (i,j) to przetwarzanie jednopunktowe można zapisać jako

$$b(i,j) = H [a(i,j)] \quad (1)$$

gdzie: $H [\cdot]$ to operator przyporządkowujący pikselowi wejściowemu $a(i,j)$ nową wartość $b(i,j)$.

W efekcie, dla $i = 0, 1, \dots, N - 1$ oraz $j = 0, 1, \dots, M - 1$, operator H przekształca obraz wejściowy $a(n,m)$ w obraz wyjściowy $b(n,m)$. W szczególności, ponieważ $a(i,j)$ jest wielkością skwantowaną (najczęściej zapisaną w binarnym kodzie naturalnym) więc do tej grupy możemy zaliczyć różnorodne metody kodowania lub dekodowania. Bardzo ważną rolę pełnią tutaj również przekształcenia zmniejszające liczbę poziomów kwantyzacji (skracające długość słowa zapisującego wartość $a(i,j)$), a w szczególności tzw. binaryzację obrazu wejściowego. Do metod jednopunktowych zaliczyć również można metodę wyrównywania histogramu.

Przekształcenia jednopunktowe należy jednak stosować bardzo ostrożnie bowiem łatwo podczas takiego przetwarzania zgubić część informacji zawartych w obrazie, a istotnych z punktu widzenia celu przetwarzania.

Do drugiej grupy przetwarzania obrazów zaliczymy metody w których jasność danego piksela obrazu wyjściowego zależy od jasności pewnej ograniczonej grupy pikseli obrazu wejściowego (zazwyczaj z danym pikselem włączniew). Metody te nazywają się przetwarzaniem wielopunktowym lub przetwarzaniem punktów sąsiednich. W ogólnej postaci wzór na przetwarzanie wielopunktowe można zapisać następująco:

$$b(i,j) = H [a_T(i,j), b_T(i,j)] \quad (2)$$

gdzie:

H - operator przetwarzający,
 $a_T(i,j)$ - zbiór pikseli obrazu $a(n,m)$, najczęściej pikseli sąsiadujących z pikselem $a(i,j)$, z samym pikselem $a(i,j)$ włącznie.

$b_T(i,j)$ - zbiór pikseli obrazu wtórnego $b(n,m)$, które zostały już obliczone i najczęściej są bliskie punktu (i,j) .

Metody przetwarzania wielopunktowego opisane ogólnym wzorem (2) można dalej podzielić na kolejne grupy ze względu na różne czynniki. Na przykład, operator H może być liniowy lub nieliniowy. Prowadzi to do podziału na liniowe i nieliniowe metody przetwarzania wielopunktowego.

Bardzo ważne jest również rozróżnienie w przetwarzaniu wielopunktowym metod mających sens metod rekursywnych (tzw. metody o nieskończonej odpowiedzi impulsowej NOI, ang. IIR) oraz nierekursywnych (tzw. metody o skończonej odpowiedzi impulsowej SOI, ang. FIR). Nazwy te zostały zaczerpnięte z teorii filtrów cyfrowych dla przebiegów czasowych i dlatego mówimy o nich, że mają „sens” takich metod. W takim ujęciu metody nierekursywne to będą to metody opisane równaniem (2), w którym nie występuje $b_T(i,j)$, natomiast metody rekursywne będą opisane pełnym równaniem (2) z zależnością zarówno od $b_T(i,j)$ jak i $a_T(i,j)$.

Innym ważnym podziałem jest rozróżnienie metod symetrycznych i niesymetrycznych. Wielopunktowe metody symetryczne to takie metody, w których przetwarzanie nie zależy od kolejności liczenia (kolejności numeracji pikseli), natomiast w wielopunktowych metodach niesymetrycznych wynik zależy od kolejności liczenia. Wszystkie metody rekursywne są metodami niesymetrycznymi zaś metody nierekursywne mogą być symetryczne lub niesymetryczne.

Przetwarzanie wielopunktowe jest najczęściej wykorzystywane w praktyce. Może ono służyć do filtracji zniekształceń i zakłóceń, do poprawy jakości obrazu, do identyfikacji niektórych elementów obrazu itp.,

Do grupy trzeciej zaliczamy tzw. metody całościowe. W takim podejściu każdy pojedynczy piksel obrazu wyjściowego $b(i,j)$ zależy od wszystkich pikseli obrazu wejściowego $a(n,m)$. Należy podkreślić, że w ogólności można metody wielopunktowe uznać za przypadek specjalny metod całościowych i tak samo, metody jednopunktowe za przypadek szczególny metod wielopunktowych. W praktyce jednak rozróżnienie tego od ilu pikseli obrazu wejściowego zależy wartość pikseli obrazu wyjściowego jest bardzo istotna z obliczeniowego punktu widzenia.

Najbardziej ogólny schemat przetwarzania obrazów należałoby sformułować w postaci

$$b(i,j) == H [a_T(n,m), b_T(n,m)] \quad (3)$$

gdzie:

$a_T(n,m)$ - dowolny podzbiór zbioru wszystkich pikseli obrazu $a(n,m)$ (z całym obrazem $a(n,m)$ oraz jedynie pikselem $a(i,j)$ włącznie),

$b_T(n,m)$ - dowolny podzbiór zbioru wszystkich pikseli obrazu $b(n,m)$ (z całym obrazem $b(n,m)$ oraz jedynie pikselem $b(i,j)$ włącznie).

2.1. Przekształcenie jednopunktowe

Przekształcenia punktowe realizowane są zwykle w taki sposób, że wymagane operacje wykonuje się na poszczególnych pojedynczych punktach źródłowego obrazu, otrzymując w efekcie pojedyncze punkty obrazu wynikowego. Operacje te charakteryzują się następującymi cechami:

- modyfikowana jest jedynie wartość (np. stopień jasności) poszczególnych punktów obrazu. Relacje geometryczne pozostają bez zmian;
- jeżeli wykorzystywana jest funkcja ściśle monotoniczna (rosnąca lub malejąca), to zawsze istnieje operacja odwrotna, sprowadzająca z powrotem obraz wynikowy na wejściowy.
Jeśli zastosowana funkcja nie jest ściśle monotoniczna, pewna część informacji jest bezpowrotnie tracona;
- operacje te mają za zadanie jedynie lepsze uwidocznienie pewnych treści już zawartych w obrazie. Nie wprowadzają one żadnych nowych informacji do obrazu;

Bezpośrednio widocznym efektem przekształceń punktowych jest więc zawsze zmiana skali jasności obrazu bez zmiany geometrii widocznych na obrazie obiektów. Mimo bardzo prostego matematycznie charakteru przekształcenia punktowe bardzo radykalnie modyfikują subiektywne wrażenia, jakie uzyskujemy oglądając obraz. Czasem prowadzi to do krańcowego zniekształcenia obrazu, czasem jednak pozwala wykryć lub uwypuklić pewne cechy obrazu praktycznie niewidoczne, gdy się ogląda obraz oryginalny. Najprostszym przykładem takiego przekształcenia uwypuklającego jego cechy obrazu może być transformacja polegająca na uwidocznieniu na wynikowym obrazie wyłącznie niektórych poziomów szarości źródłowego obrazu – z pominięciem wszystkich innych.

2.2. Metody przetwarzania jednopunktowego.

Jednopunktowe metody przetwarzania obrazów cyfrowych polegają na osobnym przetwarzaniu każdego pikseli wejściowego $a(i,j)$ na nowy piksel obrazu wyjściowego $b(i,j)$. Najbardziej ogólnie przetwarzanie jednopunktowe możemy zapisać jako:

$$b(i,j) = H_{(i,j)}[a(i,j)] \quad (4)$$

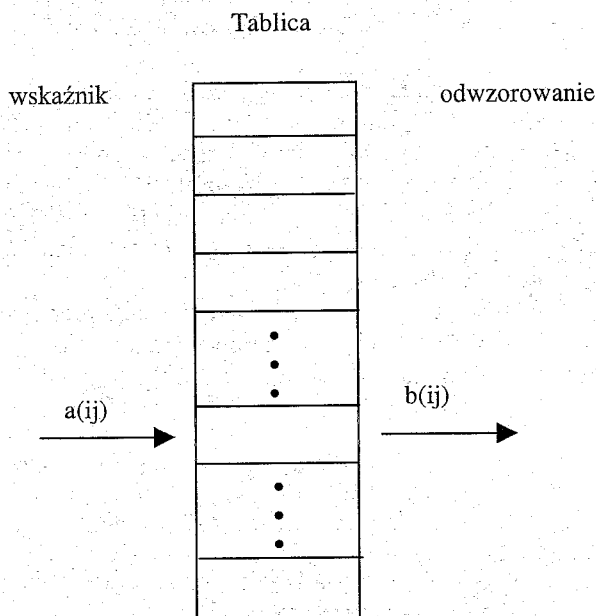
gdzie:

$H_{(i,j)}[\cdot]$ jest operatorem argumentu $a(i,j)$. W ogólności operator ten może zależeć od i oraz j .

W praktyce ten operator jest najczęściej identyczny dla wszystkich pikseli, czyli nie zależy on od i oraz j . Wówczas zapisujemy go jako $H_{(i,j)}[\cdot] = H[\cdot]$.

Operacja (4) może być realizowana kolejno dla poszczególnych pikseli (według kolejności $i = 0, 1, \dots, N-1$ oraz $j = 0, 1, \dots, M-1$) albo równoległe dla wszystkich pikseli naraz (np. przy pomocy sieci neuronowej).

Operator H może mieć postać bardzo różną, od prostej zależności $b(i,j) = k \cdot a(i,j)$ do bardziej skomplikowanych np. zależności logicznych.



Rys.2. Zasada działania tablicy LUT.

Jedną z bardziej interesujących realizacji przetwarzania jednopunktowego jest metoda korzystania z tablic pośrednich LUT (ang. look-up-table). Wartość $a(i,j)$ traktowana jest wtedy jako indeks elementów tablicy, która zawiera wartości odwzorowania H , czyli $b(i,j)$. Wyjaśnia to rys.2, gdzie jak zaznaczono, indeksowi $a(i,j)$ odpowiada wartość $b(i,j)$. Tablica LUT może reprezentować odwzorowanie które nie ma postaci analitycznej, co ma bardzo duże znaczenie praktyczne. Metody jednopunktowe przetwarzania obrazów są bardzo proste i mogą być realizowane bardzo szybko (szczególnie z użyciem tablic LUT). Można stosować je jako pomocnicze lub wstępne metody przetwarzania uwypuklające pewne cechy obrazu lub znacznie upraszczające obraz. Jednakże metody te należy stosować bardzo ostrożnie, gdyż mogą pogorszyć jakość obrazu gubiąc istotne (z danego punktu widzenia) informacje zawarte w obrazie. W dalszej części omówimy bardziej szczegółowo niektóre z tych metod.

2.3. Histogramy.

Do metod jednopunktowego przetwarzania obrazów można zaliczyć procedury budowy histogramu i jego wyrównywania. Ogólnie biorąc histogram jest jednym z najprostszych i globalnych charakterystyk obrazu. Określa on częstość pojawiania się danego poziomu szarości w obrazie.

Aby określić histogram oznaczmy przez a_0, a_1, \dots, a_{L-1} poszczególne wartości szarości występujące w danym obrazie (najczęściej jest to liczba poziomów kwantyzacji obrazu L). Na tej podstawie obliczamy dalej wielkości $p(a_0), p(a_1), \dots, p(a_{L-1})$ będące częstościami występowania poziomów a_0, a_1, \dots, a_{L-1} , zdefiniowane jako

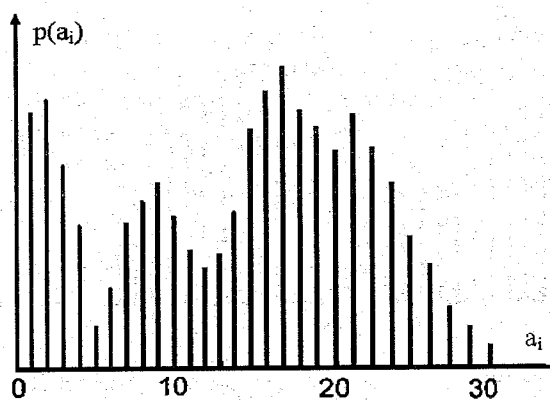
$$p(a_i) = \frac{n_i}{n} \quad (5)$$

gdzie: n_i - liczba pikseli o poziomie szarości a_i ,
 n - liczba wszystkich pikseli.

Wówczas histogram to wykres $p(a_i)$ w zależności od a_i .

Przykładowy histogram dla obrazu $a(n,m)$ mającego 1024 piksele ($N=32, M=32$) i 32 poziomy szarości (piksel zapisany jest w słowie 5 bitowym) pokazuje rys.3. Widać tam, że dla $a_i = 5$ (5 stopień szarości) liczba pikseli jest mała, zaś dla $a_i = 9$ (a także dla $a_i = 2, 17$ i 21) liczba pikseli w danym obrazie jest duża (czyli n_9, n_2, n_{17} , jak i n_{21} są duże).

Histogram można wykorzystać dla oceny jakości obrazu. Może on również służyć jako przetwarzanie pomocnicze celem dobrego określenia innego bardziej złożonego przetwarzania np. przy binaryzacji obrazu, gdzie na podstawie histogramu określa się próg binaryzacji.



Rys.3. Przykładowy histogram.

W wielu przypadkach istnieje potrzeba wyrównywania histogramu. Operacja ta polega na pewnym uśrednieniu histogramu. Można tutaj wyróżnić wyrównywanie normalne

$$b_k = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k p(a_i) \quad (6)$$

lub w tzw. „oknie bieżącym”

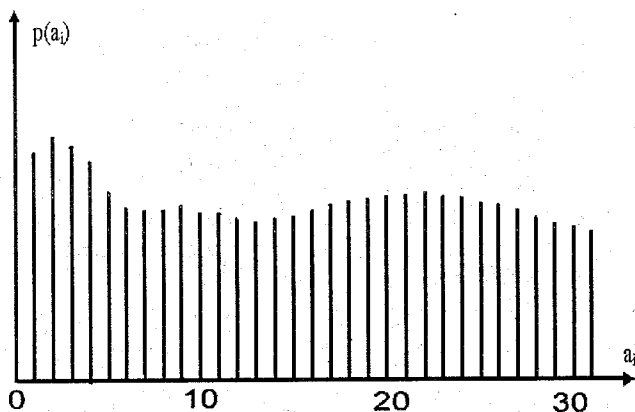
$$b_k = \frac{1}{R} \sum_{i=k-R}^k p(a_i) \quad (7)$$

gdzie:

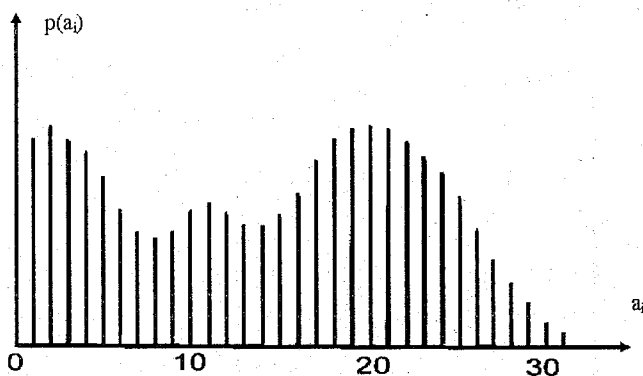
k - wskaźnik bieżący $k=0,1,\dots,L-1$,

R - szerokość okna.

Jak wynika z tych wzorów mamy tutaj do czynienia z uśrednianiem. W wyniku zastosowania powyższych procedur, nowy histogram $p(b_k)$ będzie równiejszy, zładogdzą się wierzchołki i doliny histogramu. Przykłady zastosowania wyrażeń (6) i (7) do histogramu z rys.3 są pokazane na rys. 4 i 5. Jak widać z tych rysunków histogramy są tam bardziej wyrównane, szczególnie wyrównany jest histogram z rys.4 gdzie zastosowano wzór (6).



Rys.4. Histogram uzyskany po wyrównaniu histogramu z rys. 3 przy pomocy wzoru (6).



Rys. 5. Histogram uzyskany po wyrównaniu histogramu z rys.3 przy pomocy wzoru (7) dla $R=5$.

Można powiedzieć, że wzór (6) daje „pełniejsze” uśrednienie niż wzór (7). Jeśli podczas wykonywania histogramu zapamiętamy położenie poszczególnych pikseli na obrazie to po jego wyrównaniu można na powrót odtworzyć obraz. Będzie on wówczas bardziej stonowany i mniej kontrastowy. Może się jednak okazać, że jest mniej wyraźny. Często w przetwarzaniu obrazu stosuje się operację rozszerzania histogramu, która polega tylko na oddaleniu od siebie poszczególnych pikseli o określonym poziomie szarości. Jest to operacja bardzo prosta, ale może posłużyć do modyfikacji subiektywnego wrażenia (skali jasności) podczas analizy obrazu.

2.4. Kwantyzacja wtórna.

Założyliśmy w naszych rozważaniach, że w systemie pozyskiwania obrazu, obraz analogowy jest przetwarzany na obraz cyfrowy. Jedną z operacji jaka jest wtedy wykonywana jest kwantowanie. Jest to tzw. kwantowanie pierwotne. Jest ono najczęściej równomierne i określa się je przez liczbę poziomów kwantyzacji K . Jednakże w wielu przypadkach interesujące jest zmniejszenie liczby przedziałów kwantyzacji do $K' < K$. Takiego zmniejszenia liczby przedziałów kwantyzacji dokonuje się już na obrazie cyfrowym $a(n,m)$ uzyskanym wcześniej na bazie kwantyzacji pierwotnej i nazywa się kwantyzacją wtórną (albo rekwantyzacją). Operacje ta można przeprowadzać w różnych celach, np. dla skrócenia czasu

dalszych obliczeń podczas przetwarzania obrazu, dla potrzeb transmisji obrazu, dla dostosowania obrazu do urządzenia odbiorczego itp.

Kwantyzacja wtórna polega na podziale przedziału dyskretnego $(0-K)$ na K' nowych przedziałów. Każdemu pikselowi obrazu wejściowego $a(n,m)$ przyporządkowana jest nowa wartość, zgodnie z nowymi przedziałami kwantyzacji i w wyniku dostajemy obraz wyjściowy $b(n,m)$. Operacje te najlepiej wykonuje się przy pomocy tablicy LUT, realizacja taka jest bardzo szybka.

Kwantyzacja wtórna może być kwantyzacją równomierną lub nierównomierną. Kwantyzacja równomierna polega na przekształceniu wartości piksela $a(i,j)$ na piksel $b(i,j)$ według wzoru

$$b(i, j) = \frac{a(i, j)}{v} \quad (8)$$

gdzie:

$v = K' / K$ określa nowe przedziały kwantyzacji wyrażone w przedziałach kwantyzacji pierwotnej Δa .

Jeśli założyć, że $K=2^k$ oraz $K'=2^{k'}$, to jak łatwo pokazać, wystarczy w pierwotnej wartości piksela $a(i,j)$ opuścić k' najmniej znaczących bitów i otrzymujemy piksel $b(i,j)$.

W wyniku użycie wtórnej kwantyzacji równomiernej w obrazie wyjściowym $b(n,m)$ mogą się pojawić tzw. sztuczne kontury. W efekcie wtórna kwantyzacja równomierna może powodować pogorszenie jakości obrazu. Aby tego uniknąć stosuje się szereg metod specjalnych.

Można np. zastosować tzw. kwantyzację z „drzeniem”. Polega ona na tym, że do wartości piksela obrazu wejściowego $a(i,j)$ dodaje się pewna wartość, która w ogólności może być deterministyczna lub losowa. W przypadku deterministycznym wzór (8) można zapisać jako

$$b(i, j) = \frac{a(i, j) + w_{rs}}{v} \quad (9)$$

gdzie:

$r = n \pmod{2}$, $s = m \pmod{2}$, $w_{00}=v/8$, $w_{01}=-v/8$, $w_{10}=-3v/8$, $w_{11}=3v/8$, a w przypadku losowym ten sam wzór możemy zapisać

$$b(i, j) = \frac{a(i, j) + w}{v} \quad (10)$$

gdzie w jest realizacją zmiennej losowej \hat{w} przyjmującej wartości ze zbioru $\{-v/4, -v/8, 0, v/8, v/4\}$.

Przyjęte powyżej wartości dla w_{rs} i \hat{w} mogą być inne. Tutaj przyjęto takie, które są najczęściej wykorzystywane w praktyce.

Innym podejściem jest opracowana przez Floyda i Steinberga metoda z dyfuzją błędu. Polega ona na dodaniu pewnych wartości do czterech wybranych pikseli sąsiadujących z pikselem $a(i,j)$ w miejscach odpowiednio $(i+1, j)$, $(i-1, j+1)$, $a(i, j+1)$, $a(i+1, j+1)$ tzn. po jego dolnej i częściowo prawej stronie. W tej metodzie najpierw dla początkowych pikseli

tn. w kolejności dla $(i,j) = (0,0), (0,1), (0,2), \dots, (0, M-2), (0, M-1), (1,0)$ oraz $(1,1)$ obliczamy

$$b(i, j) = \frac{a(i, j)}{v} \quad (11)$$

i dopiero dalej od piksela $a(1,2)$ dla pikseli $a(i,j)$ do ich odpowiednich sąsiadów $a(i+1, j), a(i-1, j+1), a(i, j+1), a(i+1, j+1)$ dodajemy odpowiednio wielkości $\alpha \cdot e, \beta \cdot e, \gamma \cdot e, \delta \cdot e$, gdzie $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, to pewne stałe (najczęściej przyjmuje się $\alpha=7/16, \beta=3/16, \gamma=5/16, \delta=1/16$), natomiast e jest błędem, który wynosi

$$e = a(i,j) - v \cdot b(i,j) - v/2 \quad (12)$$

Metoda ta daje bardzo dobre wyniki.

Rozważymy teraz jeszcze w skrócie wtórną kwantyzację nierównomierną. Tutaj także, jak dla kwantyzacji równomiernej, dokonujemy podziału przedziału dyskretnego $(0 - K)$ na K' nowych przedziałów z tym, że te nowe przedziały nie muszą być sobie równe. Dobór nowych przedziałów jest wówczas sprawą bardzo złożoną. Najczęściej przedziały te dobiera się tak aby nowy histogram był bardziej równomierny. Oznacza to, że w miejscach gdzie w histogramie częstość (5) jest mała dokonujemy rozszerzenia przedziału kwantyzacji. Wtórna kwantyzacja nierównomierna nie jest zbyt często stosowana. Może ona w dosyć silny sposób wpłynąć na zgubienie istotnej informacji zawartej w obrazie.

Jednym z najważniejszych przykładów kwantyzacji wtórnej, często stosowanym w praktyce, jest tzw. binaryzacja obrazu. Jest to operacja przypisania pikselom wartości „0” lub „1”. Wartości binarne 0 i 1 najczęściej odpowiadają małemu i dużemu stopniowi zaczerwienia obrazu. Można wyróżnić dwa rodzaje binaryzacji obrazu:

1. Binaryzacja dla potrzeb grafiki komputerowej np. dla rysowania obrazu na ekranie lub dla rysowania obrazu drukarką na papierze. W tych przypadkach powiększa się na ogół liczbę pikseli (nowe piksele mają wartość np. średnią z dwóch sąsiednich) i wykonuje się taką binaryzację aby gęstość jedynek była duża tam, gdzie na obrazie jest duży stopień zaczerwienia. Ten typ binaryzacji jest typowy dla obrazów drukowanych w gazetach, tutaj nie będziemy się nim dalej zajmować.
2. Binaryzacja dla potrzeb analizy i obróbki obrazu. Wówczas binaryzacja jest typową kwantyzacją wtórną w której $K' = 2$. Oznacza to, że każdy piksel obrazu wyjściowego przyjmuje albo wartość 0 albo wartość 1. Operacji binaryzacji dokonuje się według następującej zasady

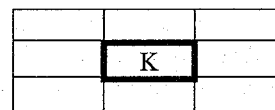
$$b(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } a(i, j) \geq a_0 \\ 0 & \text{gdy } a(i, j) < a_0 \end{cases} \quad (13)$$

gdzie a_0 to próg kwantyzacji rozdzielający przedział dyskretny $(0-K)$ na dwie części. Próg a_0 powinien być tak dobrany aby informacje zawarte w obrazie istotne z punktu widzenia dalszej analizy, nie zostały zgubione. Zazwyczaj wartość a_0 jest dobierana na podstawie histogramu analizowanego obrazu. Wówczas jako a_0 najczęściej przyjmuje się jedną z warto-

ści a_i , której odpowiadają minimum przebiegu histogramu. Często też wartość a_0 dobiera się doświadczalnie, dokonując próbnych obróbek z różnymi progami. Kwantyzacja binarna powoduje na ogół zgubienie pewnych informacji zawartych w obrazie. W jej wyniku mogą też się pojawić sztuczne kontury.

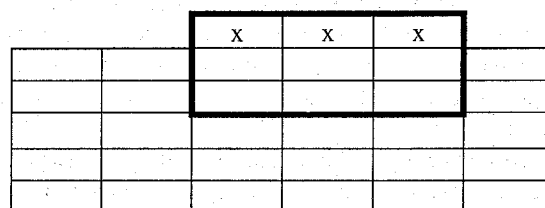
3. Kontekstowa filtracja obrazu (przetwarzanie wielopunktowe i całosciowe)

Filtry cyfrowe stanowią o wiele bardziej złożone narzędzie przetwarzania obrazu, niż omawiane wyżej przekształcenia jednopunktowe. Z reguły (i w zasadzie jest to reguła pozbawiona wyjątków) filtry używane do analizy obrazów zakładają, że wykonywane na obrazie operacje będą kontekstowe. Oznacza to, że dla wyznaczenia wartości jednego punktu obrazu wynikowego trzeba dokonać określonych obliczeń na wielu punktach obrazu źródłowego. Zwykle polega to na wyznaczaniu wartości funkcji, której argumentami są wartości piksela o tym samym położeniu na obrazie źródłowym oraz wartości pikseli z jego otoczenia K , które w ogólnym przypadku może mieć różne formy, ale najczęściej utożsamiane jest z kwadratowym „oknem” otaczającym symetrycznie aktualnie przetwarzany punkt obrazu. Z powodu kontekstowości wykonywanych operacji filtracja z reguły nie może dotyczyć pikseli znajdujących się bezpośrednio na brzegu obrazu.



Rys.6 Struktura „kontekstu” K wykorzystywanej typowo podczas filtracji obrazu.

Z powodu kontekstowości wykonywanych operacji filtracji z reguły nie może dotyczyć pikseli znajdujących się bezpośrednio na brzegu obrazu (rys.7) ponieważ dla odpowiedniej funkcji wieloargumentowej, będącej matematycznym zapisem reguł działania filtru, brakować będzie wartości argumentów oznaczonych symbolem x .



Rys.7 Niemożliwość wykonywania kontekstowej filtracji dla punktów położonych przy brzegu obrazu.

Mimo wskazanego ograniczenia, kontekstowe operacje filtracji obrazu są bardzo często wykorzystywane w przetwarzaniu i analizie obrazu. Operacje te w odróżnieniu od operacji jednopunktowych istotnie zmieniają zawartość obrazu, w tym także geometrię widocznych na obrazie obiektów. Pozwalają one dzięki temu w efektywny sposób pozbyć się obrazu pewnych niepożądanych obiektów (zakłóceń, szu-

mów) lub wydobyć z niego pewne, nieuchwytne na pierwszy rzut oka, użyteczne informacje.

Odwzorowanie typu punkt \rightarrow punkt są stosunkowo ubogie. Znacznie ciekawsze formy przetwarzania obrazu otrzymuje się przy stosowaniu metod obejmujący także pewien kontekst rozważanego punktu. Najprostsze metody tego typu noszą nazwę metod wygładzania. Wygładzanie obrazu jest używane do redukcji szumów będących rezultatem transmisji, kwantyzacji lub zakłóceń w urządzeniach pozyskujących obraz. Jedną z technik wygładzania wykorzystuje informacje o sąsiedztwie. Wprowadzając obraz $f(x,y)$ procedura generuje wygładzony obraz $g(x,y)$, którego intensywność w każdym punkcie jest uśredniona przez wartość intensywności punktów sąsiednich. Innymi słowy, wygładzony obraz otrzymuje się z relacji

$$g(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{(n,m) \in S} f(n,m) \quad (14)$$

gdzie:

- S – jest zbiorem współrzędnych punktów sąsiednich dla (x,y) włącznie z nim samym
- N – jest całkowitą liczbą punktów w sąsiedztwie

W praktycznych zastosowaniach filtry wykorzystywane są zazwyczaj do realizacji następujących celów:

- stłumienie w obrazie niepożądanych szumów. Przy braku konkretnych przesłanek na temat istoty szumu realizujący tę funkcję filtr działa zazwyczaj na zasadzie lokalnych średnich. Każdemu z punktów obrazu przypisywana jest w takim przypadku średnia wartość jego otoczenia;
- wzmocnienie w obrazie pewnych elementów zgodnych z posiadanym wzorcem. W tym przypadku dany punkt zostanie wzmocniony w stopniu zależnym od spełnienia przez jego otoczenie określonych warunków;
- usunięcie określonych wad z obrazu. Na przykład: usunięcie wad powstałych wskutek zarysowania kliszy.
- poprawa obrazu o złej jakości technicznej. Na przykład: obrazów nieostrych, poruszonych lub o niewielkim kontraście;
- rekonstrukcja obrazu, który uległ częściowemu zniszczeniu. Na przykład: rekonstrukcja materiałów fotograficznych, które przez długi czas podlegały działaniom niekorzystnych warunków.

We wszystkich tych przypadkach bardzo istotne jest posiadanie wiedzy co do istotnych cech obrazu, które zamierzamy wzmocnić lub stłumić. Bardzo użyteczna jest wiedza na temat sposobu powstawania tych cech w analizowanym obrazie.

Z matematycznego punktu widzenia filtr jest pewną funkcją (wieloargumentową) przekształcającą jeden obraz w drugi metodą „piksel po pikselu”. Właściwości filtru wynikają wprost z analitycznych właściwości realizującej go funkcji. W dalszej części niniejszej pracy pojęcie filtru i realizującej go funkcji stosowane będą wymienne. Będziemy więc wyróżniali filtry

- liniowe (wykonujące operacje filtracji w oparciu o pewną liniową kombinację wybranych pikseli obrazu wejściowego);

- nieliniowe (wykonujące operacje filtracji w oparciu o pewną nieliniową funkcję wybranych pikseli obrazu wejściowego).

Filtry liniowe są z reguły prostsze w wykonaniu, natomiast filtry nieliniowe mają z reguły bogatsze możliwości. Wśród liniowych filtrów wyróżniamy także filtry rekursywne i nierekursywne. Oprócz wymienionych filtrów w analizie obrazów najczęściej stosuje się filtry konwolucyjne, medianowe, logiczne, częstotliwościowe (transformaty Fouriera dla obrazu), dolno i górnoprzepustowe.

4. Filtry konwolucyjne i medianowe.

4.1. Filtry konwolucyjne

Uogólnieniem metod wygładzania (metody przetwarzania wielopunktowego i całościowego) są metody konwolucyjne. Przy rozpatrywaniu funkcji realizujących filtry liniowe posługujemy się pojęciem konwolucji.

Filtr jest liniowy, jeżeli funkcja je realizująca spełnia dwa warunki liniowości [20]:

- jest addytywna

$$\varphi(f + g) = \varphi(f) + \varphi(g); \quad (15)$$

- jest jednorodna

$$\varphi(\lambda f) = \lambda \varphi(f), \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (16)$$

gdzie: φ – funkcja realizująca filtr
 f, g – obrazy podlegające filtracji

W praktyce najczęściej wykorzystywane są filtry spełniające dodatkowo warunek niezmienności względem przesunięcia.

$$\varphi(f_{\vec{h}}) = [\varphi(f)]_{\vec{h}} \quad (17)$$

gdzie dodatkowo:

\vec{h} – wektor przesunięcia

Spełnienie tego warunku oznacza, że każdy punkt obrazu przekształcony jest w identyczny sposób. Filtry liniowe wykorzystywane są często, gdy są bardzo proste w implementacji. Jednocześnie odpowiadają one intuicyjnym oczekiwaniom badaczy poszukujących odpowiednich przekształceń tych obrazów.

Konwolucja (spłot funkcji) jest zdefiniowana następującym wzorem [20]:

$$g(x) = (f \times h)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t) h(t) dt \quad (18)$$

gdzie: f, h – splatanie funkcji.

Spłot (g) jest zdefiniowany na całym zbiorze liczb rzeczywistych \mathbb{R} , natomiast iloczyn $f(x-t) h(t)$ jest całkowany na całym zbiorze \mathbb{R} , ale funkcja h może mieć skończoną dziedzinę. W takim przypadku konwolucja wykorzystująca funkcję h staje się filtrem. Wspomnianą wyżej funkcję realizującą

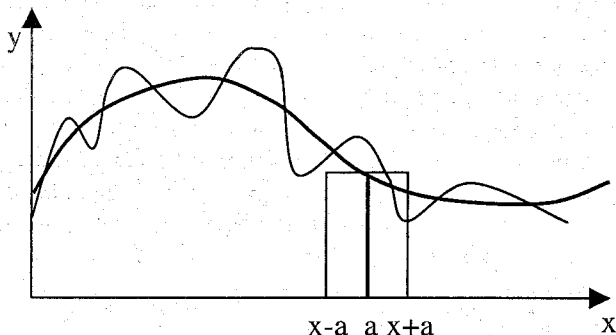
tłumienie szumów na zasadzie lokalnych średnich można realizować jako następującą konwolicję:

$$g(x) = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a f(x) dt = (f \times h)(x) \quad (19)$$

gdzie:

$$h(u) = \begin{cases} \frac{1}{2a}; & u \in \langle -a, a \rangle \\ 0; & u \notin \langle -a, a \rangle \end{cases}$$

Rozwiązanie to posiada interpretację geometryczną pokazaną na rys. 8.



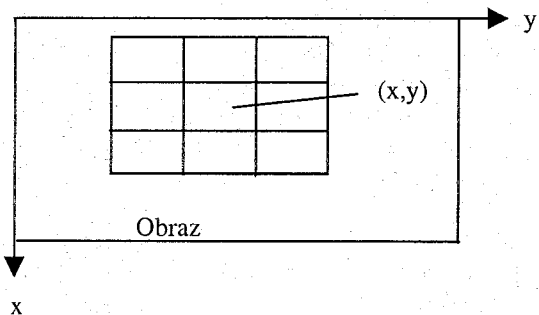
znaną na rys. 8.

Rys.8 Interpretacja geometryczna tłumienia szumów za pomocą lokalnych średnich [20].

W przetwarzaniu obrazów często stosujemy konwolutyjne filtry dolnoprzepustowe. Równanie opisujące relację pomiędzy obrazem oryginalnym a przefiltrowanym $g(x,y)$ ma w tym przypadku postać:

$$g(x,y) = w_1 f(x-1, y-1) + w_2 f(x-1, y) + w_3 f(x-1, y+1) + w_4 f(x, y-1) + w_5 f(x, y) + w_6 f(x, y+1) + w_7 f(x+1, y-1) + w_8 f(x+1, y) + w_9 f(x+1, y+1) \quad (20)$$

Rys.9 Sąsiedztwo 3x3 wokół punktu (x,y) na obrazie [19].



Operacja ta nosi czasami nazwę filtrowania liniowego, a czasami ruchomej średniej, gdyż wartość każdego elementu jest zastępowana ważoną średnią wynikającą z jego sąsiedztwa. Głównym zadaniem operatora tego typu jest zwykle redukcja szumów. Uogólniona technika użycia sąsiedztwa

punktu (x,y) polega na wydzieleniu podobszaru w kształcie kwadratu lub prostokąta ze środkiem w (x,y) (np.rys.9)

Elementy obrazu zawarte wewnątrz tego prostokąta są wymnożone przez odpowiednie elementy macierzy W i sumowane.

w_1 $(x-1, y-1)$	w_2 $(x-1, y)$	w_3 $(x-1, y+1)$
w_4 $(x, y-1)$	w_5 (x, y)	w_6 $(x, y+1)$
w_7 $(x+1, y-1)$	w_8 $(x+1, y)$	w_9 $(x+1, y+1)$

Rys.10 Związek między elementami macierzy W a punktami na obrazie [19].

Technika ta jest stosowana bardzo chętnie do wydobycia różnych aspektów rozważanego obrazu. Rodzaj uzyskiwanego odwzorowania zależy od macierzy współczynników $w_1, w_2, \dots, w_8, w_9$. Najbardziej typowe zastosowanie filtracji polega oczywiście na usuwaniu zakłóceń z obrazu. Przy tego typu zastosowaniu korzystne jest używanie prostego filtra uśredniającego, którego macierz konwolutcji (3×3)

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ w_4 & w_5 & w_6 \\ w_7 & w_8 & w_9 \end{bmatrix}$$

ma postać maski

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{wsp. } k = \frac{1}{9}$$

Filtr uśredniający usuwa drobne zakłócenia z obrazu, pojedyncze czarne punkty na jasnym tle lub jasne plamki na ciemnym, wygładzone są drobne „zawirowania” krawędzi obiektów, usuwane mogą być efekty falowania jasności zarówno w obszarze samych obiektów, jak i w obszarze tła, itp. Filtry omawianego typu mają także zdecydowanie niekorzystne działanie, ponieważ powoduje pewne „rozmycie” konturów obiektów i pogorszenie rozpoznawalności ich kształtów. Łatwo zauważyć, że wcześniej omawiane wygładzanie równoważone jest konwolutcji, w której współczynniki mają wartość $k = 1/9$. Oczywiście w operacji wygładzania nie ma ograniczenia co do wielkości obrazu.

W celu zmniejszenia negatywnych skutków filtracji konwolutyjnej stosuje się czasem filtry uśredniające wartość pikseli wewnątrz rozważanego obrazu w sposób „ważony” tak, aby pierwotna wartość pikseli w większym stopniu wpływała na wartość pikseli po przetworzeniu. Stosuje się w tym celu macierze konwolutcji zawierające większe wzmoc-

nienie dla punktów pierwotnych pikseli obrazu w stosunku do jego sąsiadów. Mogą to być maski :

1	1	1
1	4	1
1	1	1

wsp. $k=1/12$

1	4	1
4	6	4
1	4	1

wsp. $k=1/26$

Efekty działania takich masek jak wyżej mogą istotnie być mniej „dewastujące” dla obrazu (obraz jest bardziej wyostrojony).

Czasem z kolei przeciwnie stosowana jest konwolucja z maską wsp. $k = 1/16$ pozbawiona całkowicie centralnego elementu (obraz jest bardziej zamazany)

2	2	2
2	0	2
2	2	2

wsp. $k = \frac{1}{16}$

Maska pokazana poniżej służy do wyizolowania punktów, których intensywność jest wyraźnie różna od tła.

-2	-2	-2
-2	10	-2
-2	-2	-2

Opisane wyżej efekty dotyczyły skutków kontekstowej filtracji obrazów przy założeniu, że operujemy maską o rozmiarach 3x3 pikseli. W przypadku powiększenia wymiarów maski wynik dolnoprzepustowej filtracji obrazu powoduje znacznie bardziej „radykalne” działanie filtru, co na ogół objawia się znacznie silniejszą „erozją” obrazu (rozmywanie obrazu).

Równocześnie większy rozmiar maski konwolucji prowadzi do znacznego zwiększenia pracochłonności obliczeń związanych z procesem przetwarzania obrazu. Na przykład konwolucja typowego obrazu o rozmiarach 512x512 pikseli z maską 3x3 wymaga 2 359 296 mnożeń i dodawań dla uzyskania obrazu wynikowego, zaś zwiększenie maski do rozmiarów 9x9 powoduje zapotrzebowanie na wykonanie 21 233 664 mnożeń i dodawań w celu uzyskania jednego obrazu. Zdarzają się jednak przypadki, kiedy trzeba usunąć wyjątkowo dokuczliwe zakłócenia z obrazu i wtedy stosuje się większe maski przy filtracji dolnoprzepustowej.

4.2. Filtry medianowe

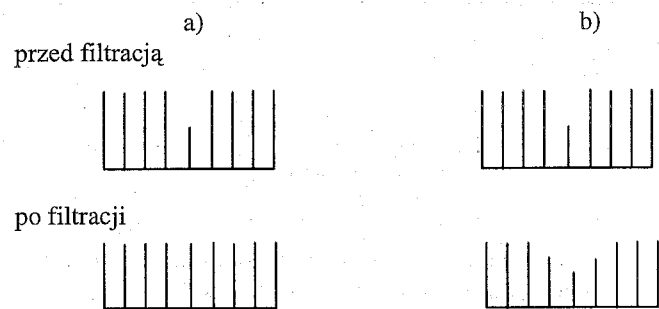
Filtracja medianowa jest transformacją nieliniową. Eliminuje ona jedną z trudności, jaką w metodzie wygładzania i w metodach konwolucji jest zamazywanie krawędzi drobnych detali obrazu. Filtry nieliniowe wybierają do przetwarzanego punktu na obrazie wynikowym jedną z wartości z jego otoczenia na obrazie źródłowym. Wybór ten dokonywany jest oczywiście według pewnej reguły, która w ogólnym przypadku może być dowolna.

Najczęściej spotykanym przykładem filtru działającego na tej zasadzie jest filtr wykorzystujący mediany. Median jest wartością środkową w uporządkowanym rosnąco ciągu wartości jasności pikseli z całego rozważanego otoczenia prze-

tworzanego piksela. Na przykład rozkład wartości jasności punktów w otoczeniu pewnego bardzo jasnego punktu 250 stosując filtrację medianową dla wartości jasności pikseli w oknie {1, 14, 15, 15, 17, 18, 18, 20, 250} przyjmuje wartość 17 i taką właśnie wartość będzie miał odpowiedni piksel na

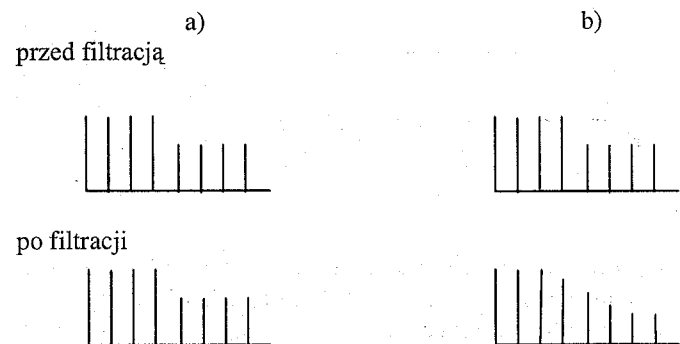
1	15	20
14	250	18
18	17	15

obrazie wynikowym. Filtr medianowy jest filtrem „mocnym”, gdyż ekstremalne wartości, znacznie odbiegające od średniej (w rozważanym przypadku wartość przetwarzanego punktu 250 i wartość 1) nie mają wpływu na wartość, jaką filtr przekazuje na swoim wyjściu. Filtr medianowy bardzo skutecznie zwalcza wszelkie lokalne szумы i zakłócenia nie powodując ich „rozmywania” na większym obszarze, co jest przypadłością wszystkich filtrów konwolucyjnych. Na rys. 11 pokazano działanie jednowymiarowego filtru medianowego w zasięgu trzech kolejnych punktów obrazu (wysokość zaznaczonych na rys 11 słupków symbolizuje wartość stopnia jasności przetwarzanych pikseli).



Rys. 11 Usuwanie zakłóceń filtrem medianowym (a) i filtrem uśredniającym (b)

Filtracja medianowa nie wprowadza do obrazu nowych wartości, obraz po wykonaniu filtracji nie wymaga więc żadnego dodatkowego skalowania co jest pewną zaletą. Najważniejszy atut filtracji medianowej polega jednak na tym, że na ogół nie powoduje ona pogorszenia ostrości krawędzi obecnych na filtrowanym obrazie poszczególnych obiektów (rys.11).



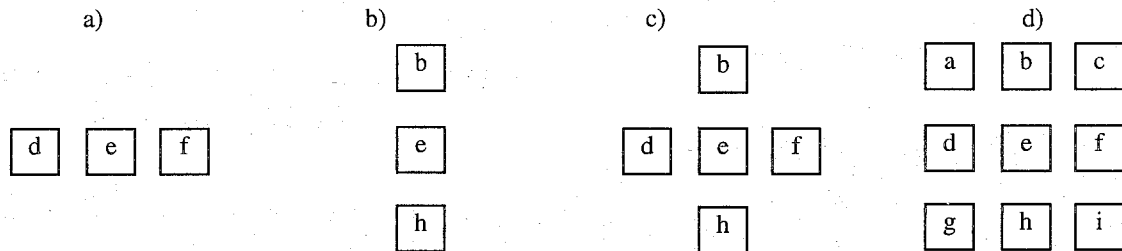
Rys. 12 Wpływ filtru medianowego (a) i filtru uśredniającego (b) na brzegi obiektu (krawędzi) obrazu.

Z rys. 11 i 12 widać, że uśrednianie (charakterystyczna dla filtracji konwolucyjnych) produkuje sztuczne pośrednie poziomy jasności pomiędzy całkowitą czernią i całkowitą bielą – mediana natomiast tego nie robi. Filtry medianowe nie powodują zniekształceń funkcji skokowej i rosnącej oraz funkcji pulsacyjnej, której ilość impulsów jest mniejsza od 1/2 szarości branego pod uwagę okna. W przypadku funkcji trójkątnej jej wierzchołek zostaje przez medianę spłaszczony.

Istnieją różne strategie implementacji filtrów medianowych. Jedną z metod zakłada używanie początkowo filtru w oknie o długości trzech elementów. Jeżeli zakłócający sygnał nie zostanie usunięty, okno może zostać rozszerzone do pię-

ciu. Proces jest przerywany w momencie, gdy filtr zaczyna bardziej szkodzić niż pomagać (następuje erozja obrazu – „obgryzanie narożników”). Innym mankamentem filtracji medianowej jest długi czas obliczeń konieczny do tego, by cały obraz poddać filtracji zgodnie z tym algorytmem. Dla zmniejszenia obciążenia procesora przetwarzającego obraz podczas filtracji medianowej stosuje się różne zabiegi.

Najprostszy polega na tym, by zmniejszyć ilość punktów tworzących okno, dla którego wyznaczać trzeba medianę. Dlatego przy filtracji medianowej nagminnie stosuje się okna o ograniczonej liczbie elementów (pięciopunktowe) pokazanym na rys. 13c.



Rys. 13 Otoczenie w medianie jednowymiarowej – trzypunktowej poziomej (a), trzypunktowej pionowej (b) oraz dwu wymiarowej – pięciopunktowej (c) i dziesięciopunktowej (d).

Inną techniką zwiększania szybkości znajdowania mediany jest stosowanie specjalnych wzorów, pozwalających na obliczenie wartości mediany bez konieczności uciążliwego sortowania elementów okna. Niżej podano taki przykładowy wzór dla przypadku okna pięciopunktowego.

$$\text{MED}(b, d, e, f, h) = \text{MAX} [\text{MIN}(b, d, e), \text{MIN}(b, d, f), \text{MIN}(b, d, h), \text{MIN}(b, e, f), \text{MIN}(b, e, h), \text{MIN}(b, f, h), \text{MIN}(d, e, f), \text{MIN}(d, e, h), \text{MIN}(d, f, h), \text{MIN}(e, d, h)].$$

5. Wyostrenie obrazu

Wyostrenie obrazu jest osiągane różnymi metodami. Opiszemy zastosowaną metodę przy użyciu konwolucji i jednej z opisanych niżej masek realizujących proces filtracji górnoprzepustowej [19]. Najczęściej sprowadza się to do metod numerycznych aproksymujących pochodną. Celem bliższego scharakteryzowania tych metod musimy skupić się na konkretnych zagadnieniach związanych z wyostreniem obrazu. Wynika to z faktu, że w przeciwieństwie do zadania wygładzania (eliminacja zakłóceń) zadanie wyostrenia nie jest łatwo sobie wyobrazić. Zadanie wyostrenia polega na tym, by podkreślić i zaakceptować na obrazie kontury obiektów i ich punkty informatyczne. Najprostszym modelem takiego zadania jest wydobywanie i uwypuklenie krawędzi obiektu.

Za prosty model krawędzi można przyjąć linie prostą separującą dwa obszary o różnej intensywności (jasności) I_1 i I_2 . Dla matematycznego opisu krawędzi użyjemy funkcji $u(z)$ zdefiniowanej następująco:

$$u(z) = \begin{cases} 0 & \text{dla } z > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } z = 0 \\ 0 & \text{dla } z < 0 \end{cases} \quad (21)$$

Jeśli $\delta(t)$ jest impulsem Diraca, wówczas

$$u(z) = \int_{-\infty}^z \delta(t) dt \quad (22)$$

Założmy, że krawędź leży wzdłuż linii prostej

$$x \sin \varphi - y \cos \varphi + p = 0 \quad (23)$$

Intensywność obrazu można więc zapisać w postaci:

$$f(x, y) = I_1 + (I_2 - I_1) u(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (24)$$

Pochodne cząstkowe $f(x, y)$ wynoszą:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = + \sin \varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = - \cos \varphi (I_2 - I_1) \delta(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (26)$$

Dwa powyższe operatory różnicowe wykazują właściwości kierunkowe. Ich wartość zależy od orientacji krawędzi.

Jak wiadomo wektor $\left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T$ jest gradientem intensywności.

Rozważmy kwadrat długości tego wektora, który często używany jest do operacji wykrywania krawędzi.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 = \left((I_2 - I_1) \delta'(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \right)^2 \quad (27)$$

Operator ten jest symetryczny ze względu na obrót i działa tak samo na wszystkie krawędzie i różnych kierunkach. Operator ten jest jednak nieliniowy, co utrudnia jego teoretyczną analizę.

Z kolei rozważamy drugie pochodne cząstkowe funkcji obrazu f:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \sin^2 \varphi (I_2 - I_1) \delta''(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \cos^2 \varphi (I_2 - I_1) \delta''(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (I_2 - I_1) \delta''(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (30)$$

Na podstawie tych pochodnych możemy zdefiniować laplasjan $f(x,y)$ danych wzorem:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -\sin \varphi \cos \varphi (I_2 - I_1) \delta''(x \sin \varphi - y \cos \varphi + p) \quad (31)$$

Jak widać laplasjan jest symetryczny względem obrotu, zachowuje także znak różnicy intensywności, czyli znak

krawędzi. Laplasjan jest operatorem liniowym. Z tego względu laplasjan ma szczególne częste zastosowanie w zadaniach wyostrenia, a także stosowany jest do innych celów w zadaniach przetwarzania obrazów.

Podsumowując przedstawione wyżej rozważania możemy stwierdzić, że do wyostrenia obrazu można użyć gradientu

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T \text{ lub gradientu modułu } G(x, y)$$

$$G(x, y) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (32)$$

Gdzie: G_x, G_y są cyfrowymi aproksymacjami pochodnych zdefiniowanymi jako:

$$G_x = [f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)] - [f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1)] \quad (33)$$

$$G_y = [f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)] - [f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1)] \quad (34)$$

Pionowa pochodna G_x funkcji $f(x,y)$ dla dowolnego punktu może być obliczona za pomocą maski pokazanej na rys.14a, a pozioma pochodna G_y z pomocą maski pokazanej na rys. 14b.

Jednak operacja częściej stosowana w celu uzyskania wyostzonego obrazu jest laplasjan. W cyfrowej postaci laplasjan dla dowolnego punktu (x,y) ma postać:

$$L(x,y) = [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)] \quad (35)$$

Laplasjan może być zaimplementowany za pomocą maski na rys. 14c.

	maska a			maska b			maska c		
	y-1	y	y+1	y-1	y	y+1	y-1	y	y+1
x - 1	-1	-2	-1	-1	0	1	0	1	0
x	0	0	0	-2	0	2	1	-4	1
x + 1	1	2	1	-1	0	1	0	1	0

Rys.14 Maski pochodnych G_x, G_y i laplasjanu [19].

Główną różnicą pomiędzy laplasjanem a gradientem jest to, że gradient będąc pierwszą pochodną jest wrażliwy na intensywność zmiany i wobec tego jest używany do detekcji krawędzi. Laplasjan podaje dodatkową informację o położeniu

niem pikselu względem krawędzi, określa czy leży po ciemnej lub jasnej stronie. Można to prześledzić na rys. 15

1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1		I ₂	1	1	1	0	0	I ₁			
1	1		1	1	1	0	0				0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Obraz przed wyostrzeniem

0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
0		I ₂	0	0	0	-1	1	0	I ₁			0
0	0		0	0	0	-1	1	0				0
0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0

Obraz po wyostrzeniu

Rys.15 Efekt wyostrzenia obrazu za pomocą laplasjanu.

6. Detekcja krawędzi

6.1. Zadania detekcji krawędzi

Detekcja krawędzi jest bardzo ważnym elementem procesu analizy obrazu. Otrzymanie obrazu w formie wyróżnionych krawędzi jest często wystarczające, a jednocześnie wygodne do przeprowadzenia logicznej interpretacji obrazu. Techniki detekcji krawędzi mają na celu znalezienie lokalnych nieciągłości w pewnych atrybutach obrazu (np. intensywności lub koloru), które odzwierciedlają granice obiektów znajdujących się na scenie. Nieciągłości takie, a więc i krawędzie powstają w wyniku wystąpienia zmian w oświetleniu cieni itp. Idealna jednowymiarowa krawędź może więc być zdefiniowana jako nieciągła, skokowa zmiana pewnych atrybutów obrazu. W rzeczywistości obraz krawędzi nie odpowiada dokładnie funkcji skokowej. Spowodowane jest to występowaniem zakłóceń i szumów. Dlatego wydzielenie krawędzi musi być wykonywane poprzez realizację pewnych algorytmów mających wykryć krawędzie mimo ich niezbyt precyzyjnego rysunku.

Do najczęściej spotykanych metod wykrywania krawędzi zaliczamy: konwolucyjne metody filtracji górnoprzepustowej, metody poszukiwania krawędzi, metoda uzgadniania wzorca, metody analizy otoczenia, aproksymacja linii, detektory wzrostu i histogramy dwuwymiarowe, metoda specjalnego gradientu. Do przetwarzania obrazu w czasie analizy obrazu hamulca tarczowego zastosowana została metoda specjalnego gradientu.

6.2 Metoda specjalnego gradientu

Krawędź uznana jest za istniejącą, jeśli wartość jej gradientu intensywności w pewnych punktach przekracza ustalony próg.

Różne metody w różny sposób przeprowadzają dyskretną aproksymację specjalnego gradientu. Najbardziej znanymi metodami są metody Robertsa, Sobela i Prewitta. Przy ich wprowadzaniu wygodnie będzie posłużyć się oznaczeniami wartości intensywności w punktach rozważanego okna na rys.16.

f ₀	f ₁	f ₂
f ₃	f ₄	f ₅
f ₆	f ₇	f ₈

Rys.16. Oznaczenie pikseli przy wyznaczeniu krawędzi.

W metodzie Robertsa specjalny gradient $R(i, j)$ w punkcie (i, j) obliczany jest w następujący sposób

$$R(i, j) = \sqrt{(f_4 - f_8)^2 + (f_7 - f_5)^2} \quad (36)$$

Kierunek gradientu intensywności wyraża wzór

$$\alpha = -\frac{\Pi}{4} + \text{tg}^{-1} \left(\frac{f_7 - f_5}{f_4 - f_8} \right) \quad (37)$$

W metodzie Sobela i Prewitta specjalny gradient jest dany przez dwie składowe S_x i S_y , określające jego wartość w kierunku osi x i w kierunku osi y.

Składowe S_x i S_y , w metodzie Sobela zdefiniowane są następująco:

$$S_x = (f_2 + 2f_5 + f_8) - (f_0 + 2f_3 + f_6) \quad (38)$$

$$S_y = (f_6 + 2f_7 + f_8) - (f_0 + 2f_1 + f_2)$$

W metodzie Prewitta składowe S_x i S_y zdefiniowane są następująco:

$$S_x = (f_2 + f_5 + f_8) - (f_0 + f_3 + f_6) \quad (39)$$

$$S_y = (f_6 + f_7 + f_8) - (f_0 + f_1 + f_2)$$

Przyjmuje się, że dany punkt jest punktem krawędzi, jeśli wartość gradientu $G(x, y)$ przekracza ustalony wcześniej poziom progowy T:

$$G(x, y) = |S_x| + |S_y| \geq T \quad (40)$$

bądź

$$G(x, y) = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \geq T \quad (41)$$

W przypadku kiedy obraz jest zakłócony przed zastosowaniem którejś z metod gradientowych konieczne jest jego wygładzenie poprzez zastosowanie maski wygładzającej.

Metody Robertsa, Sobela i Prewitta ze względu na swą prostotę i niski koszt obliczeniowy, są chętnie stosowane do detekcji krawędzi w obrazach o małej zawartości zakłóceń.

Przydatne w wydzieleniu krawędzi gradienty Robertsa, Sobela i Prewitta mogą być także wyznaczone metodą konwolucji przy użyciu masek pokazanych na rys. 17.

Gradient Robertsa przedstawiony w postaci czterech elementów jest zredukowaną postacią maski dziewięcioelementowej

2	0
0	-2

0	2
-2	0

0	0	0
0	2	0
0	0	-2

0	0	0
0	0	2
0	-2	0

Postać dziewięcioelementowa stosowana jest tylko dla uniknięcia nieporozumień odnośnie ulokowania centralnego punktu maski.

2	0
0	-2

G_x

0	2
-2	0

G_y

gradient Robertsa

2	4	2
0	0	0
-2	-4	-2

G_x

2	0	-2
4	0	-4
2	0	-2

G_y

gradient Sobela

2	0	-2
2	0	-2
2	0	-2

gradient Prewitta

2	2	2
0	0	0
-2	-2	-2

7. Zastosowanie metod przetwarzania obrazów do obrazów hamulca tarczowego

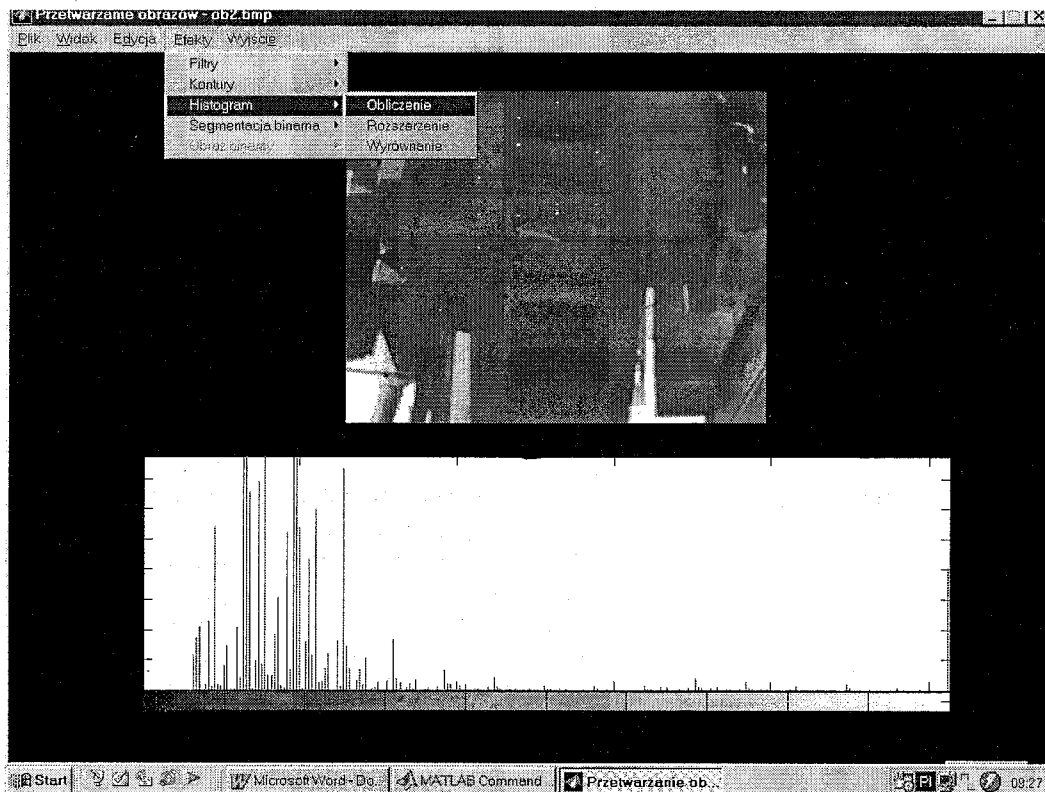
W ramach prac na realizacją grantu stworzony został program w języku programowania MATLAB służący do testowania wybranych metod przetwarzania obrazów hamulca tarczowego. Program ten dokonuje testowania jakości obrazów z punktu widzenia różnych metod przetwarzania i pozwala wybrać te, które przetwarzają obraz do postaci najlepiej nadającej się do dalszej analizy. Metody przetwarzania obrazów oferowane przez program to:

- Filtracja medianowa.
- Znajdowanie konturów metodą Sobela, Robertsa, Prewitta oraz Marr-Hildretha.
- Obliczanie histogramu oraz wykonanie wyrównania i rozszerzenia histogramu.
- Segmentacja binarna oraz wieloprogowa (max. do 4 progów)

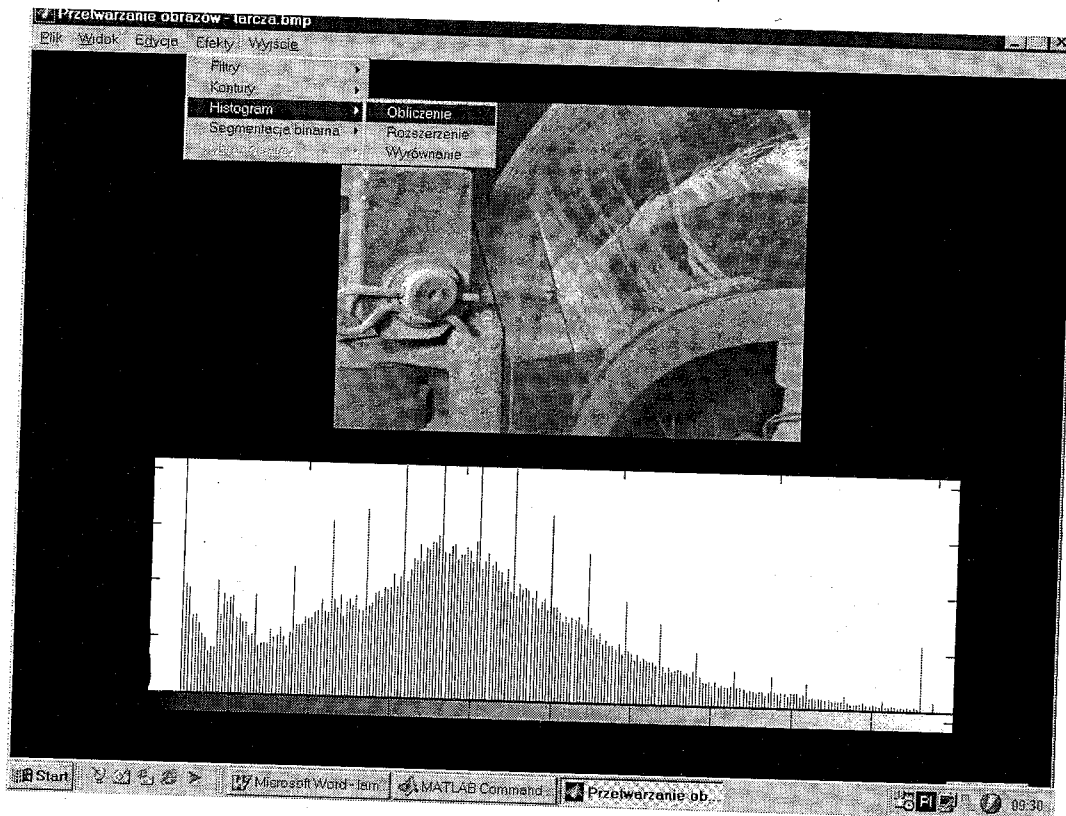
Podstawy teoretyczne tych metod zostały opisane w punktach 2 + 6 niniejszego artykułu. Obecnie przedstawimy obrazy hamulca tarczowego po przetworzeniu z wykorzystaniem metod zawartych w programie. Do testowania metod przetwarzania wykorzystywane będą dwa różne obrazy hamulca tarczowego. Jeden słabo oświetlony (niski poziom jasności obrazu) drugi dobrze oświetlony aby pokazać jak metody przetwarzania obrazu działają na różnej jasności obrazy pozyskane z kamer cyfrowych.

Rys.17 Maski wybranych specjalnych gradientów.

7.1 Obrazy hamulca tarczowego wraz z operacją obliczenia histogramu.



Rys.18. Obraz słabo oświetlony wraz z operacją obliczenia histogramu.

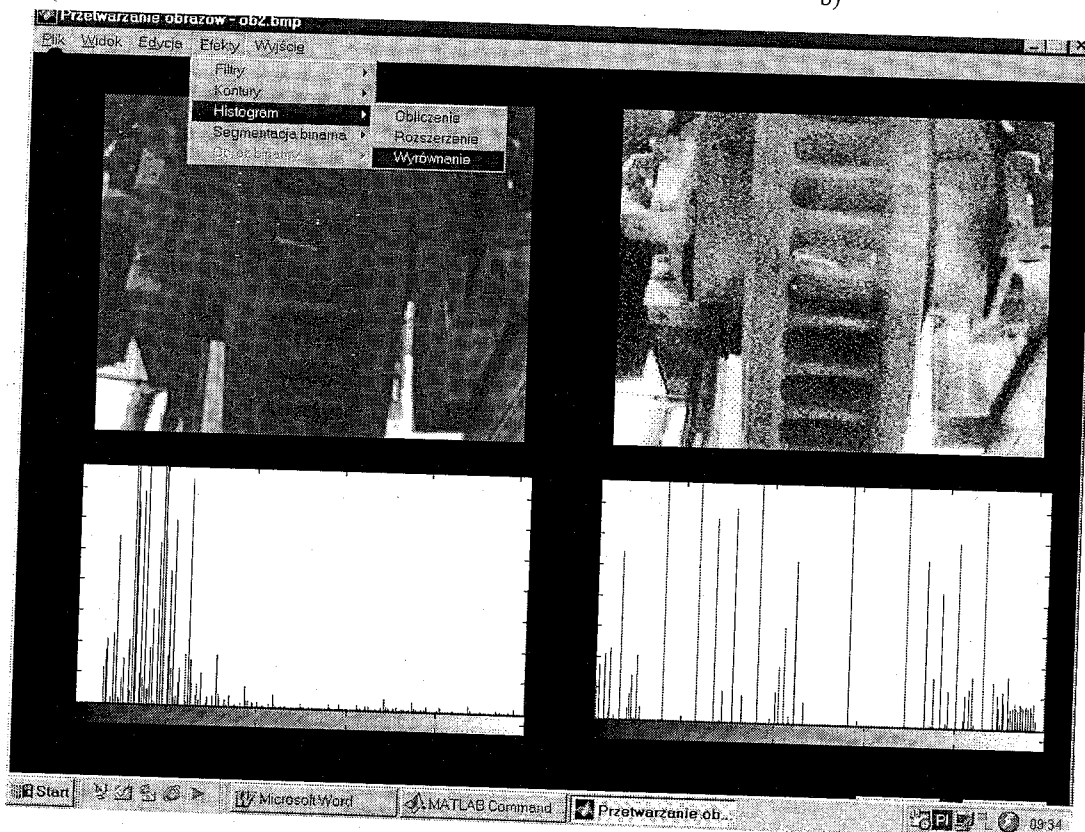


Rys.19. Obraz dobrze oświetlony wraz z operacją obliczenia histogramu.

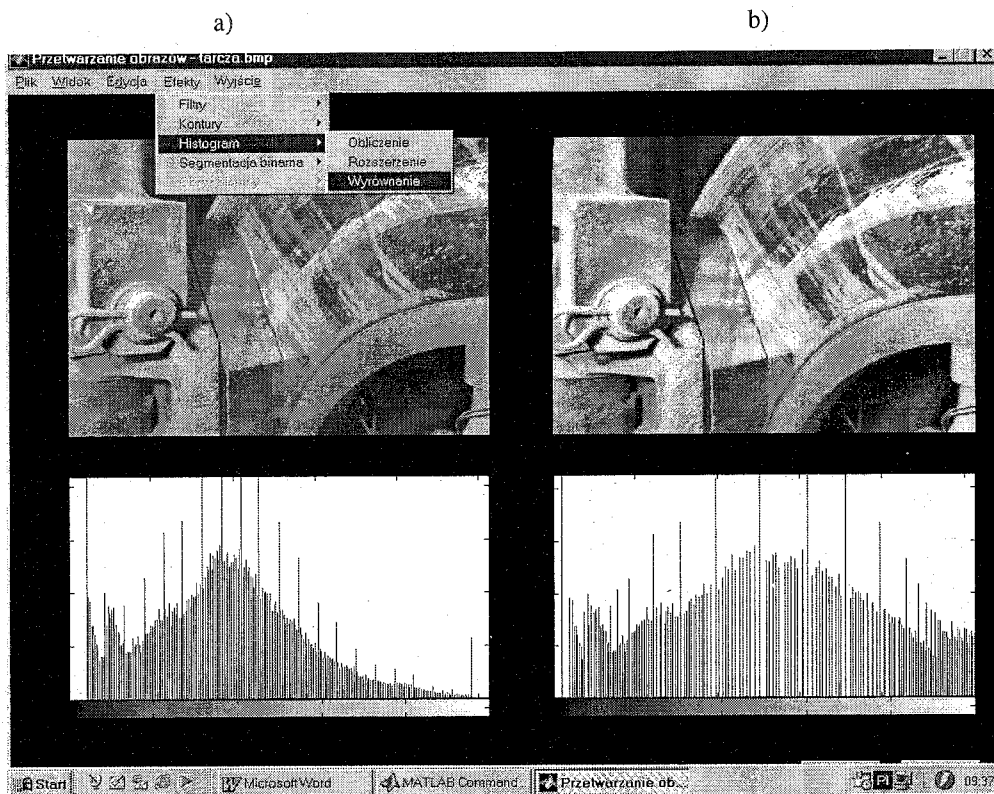
7.2. Obrazy hamulca tarczowego przed (a) i po (b) wykorzystaniu operacji wyrównania histogramu.

a)

b)



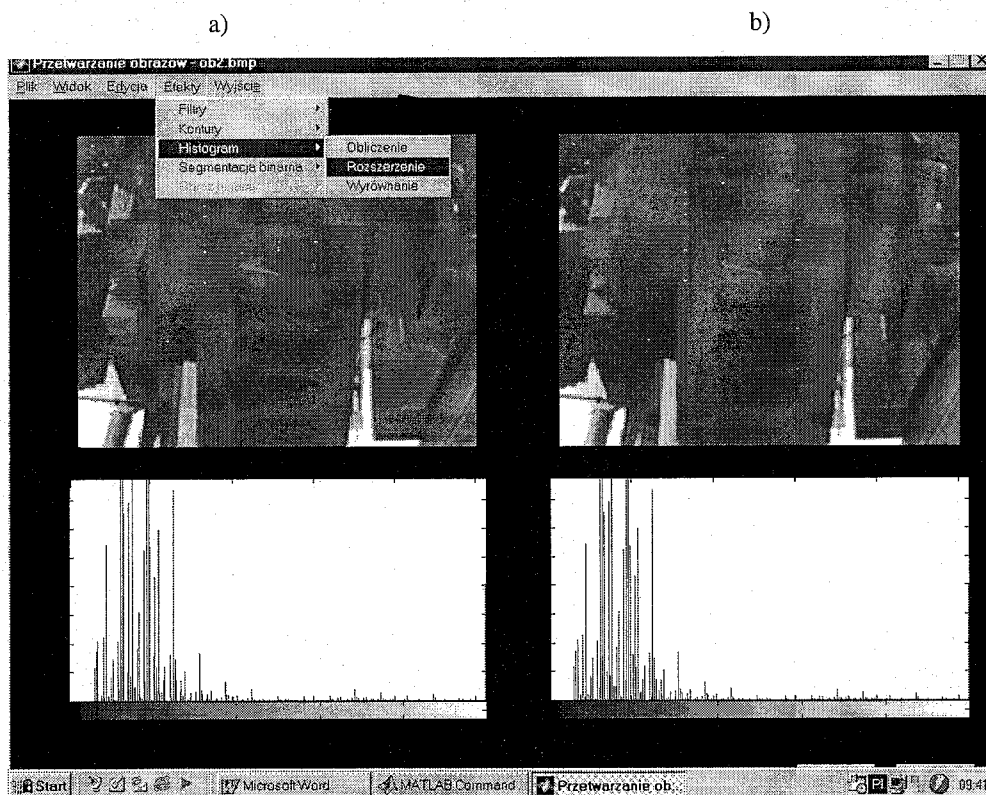
Rys.20. Obrazy słabo oświetlone przed (a) i po (b) operacji wyrównania histogramu.



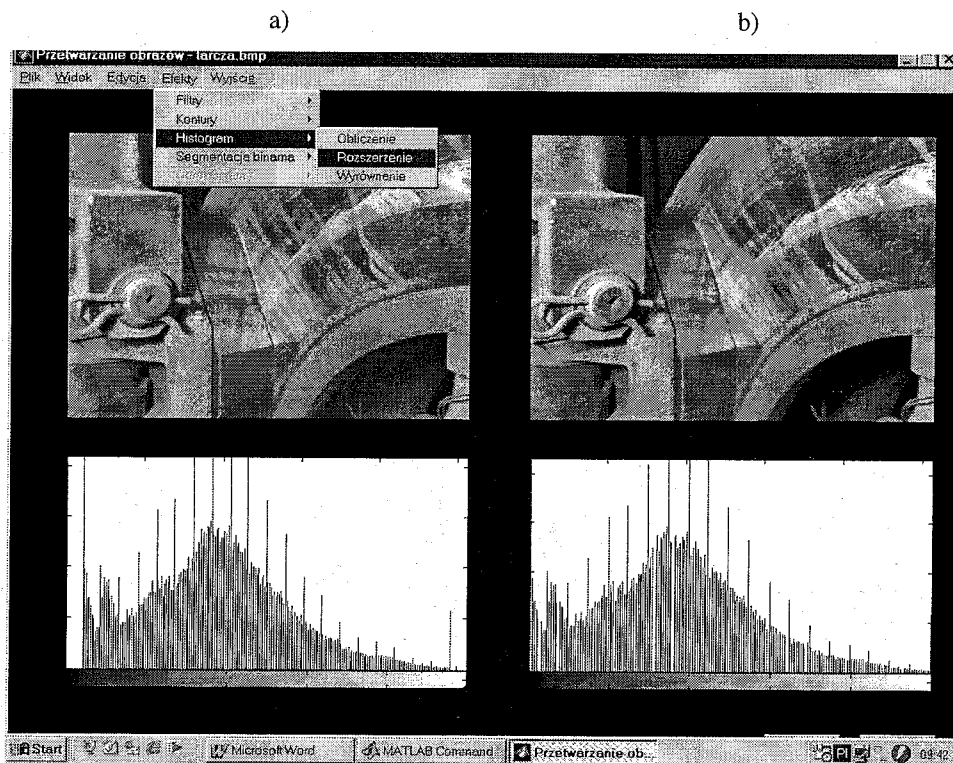
Rys.21. Obrazy dobrze oświetlone przed (a) i po (b) operacji wyrównania histogramu.

Na rysunku 20b i 21b widać wyraźnie wyeksponowanie obrazu hamulca tarczowego z ciemnego tła.

Obrazy hamulca tarczowego przed (a) i po (b) wykorzystaniu operacji rozszerzenia histogramu.



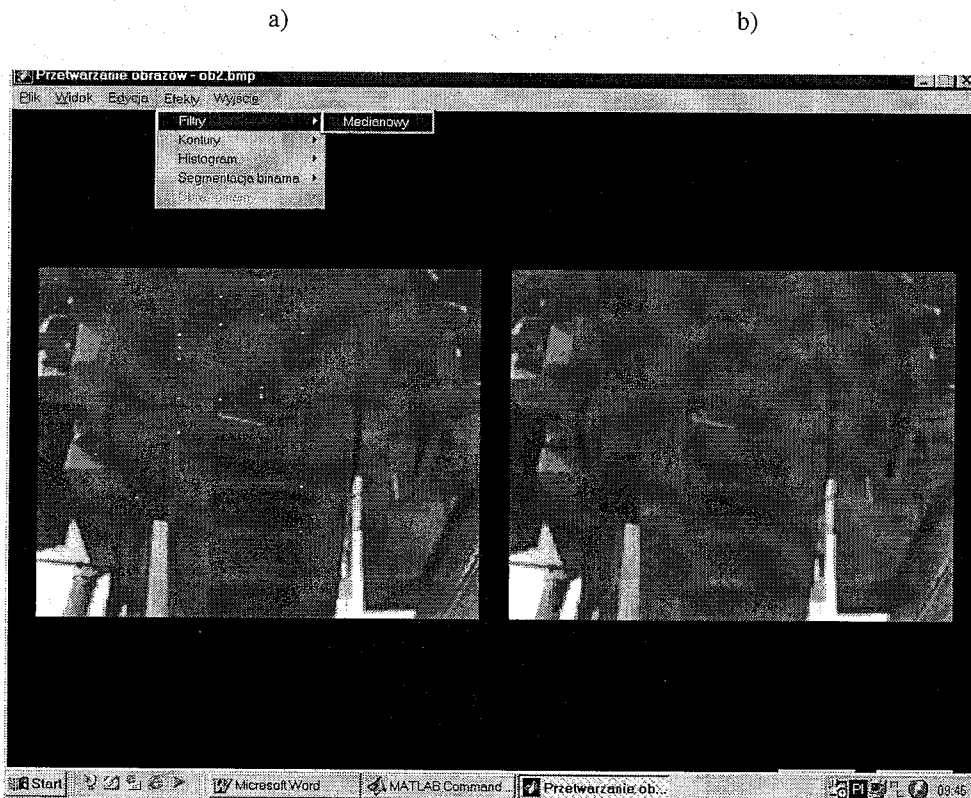
Rys.22. Obrazy słabo oświetlone przed (a) i po (b) operacji rozszerzania histogramu.



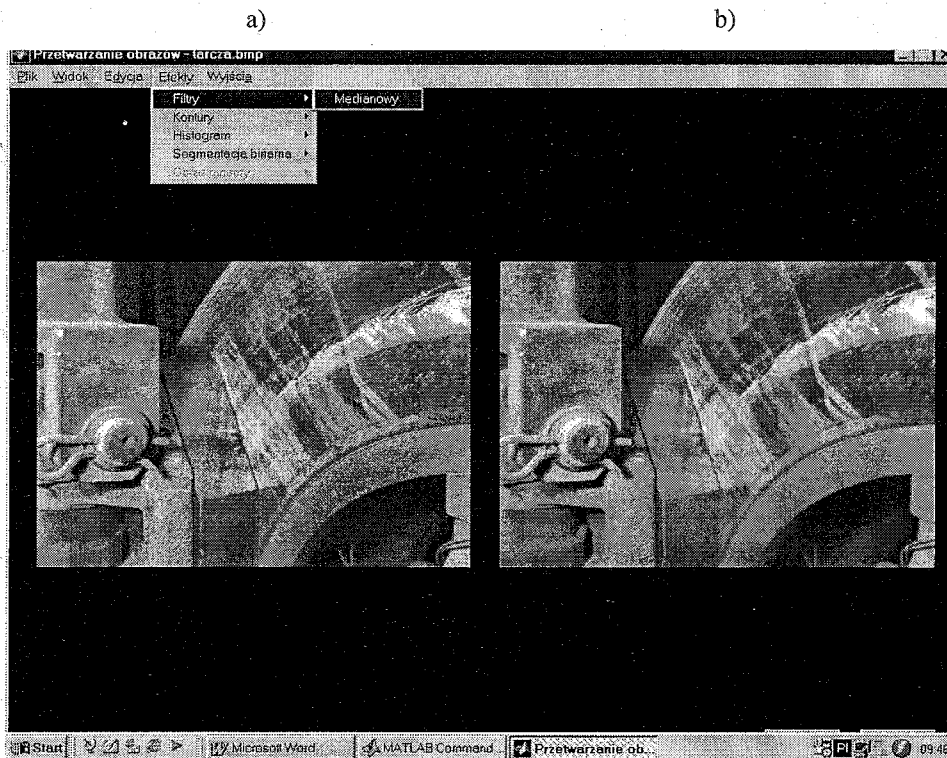
Rys.23. Obrazy dobrze oświetlone przed (a) i po (b) operacji rozszerzania histogramu.

Na rysunku 22b i 23b nie widać ewidentnych zmian na obrazie hamulca tarczowego pomimo operacji wyrównania histogramu. Na rys.23b widać, że obraz jest bardziej kontrastowy.

7.4. Obrazy hamulca tarczowego przed (a) i po (b) filtracji medianowej.



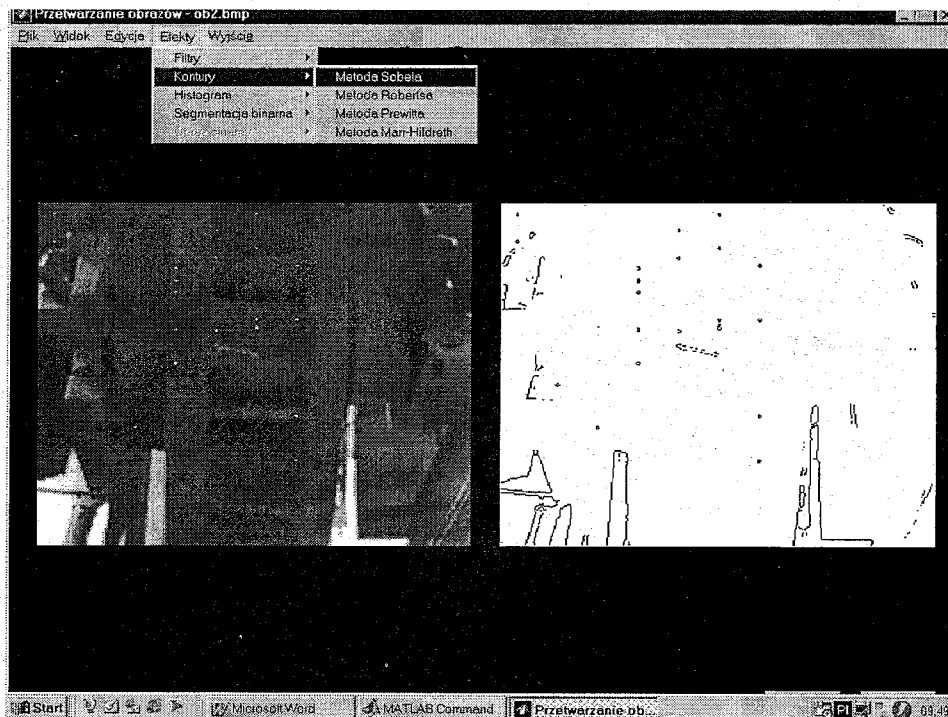
Rys.24. Obrazy słabo oświetlone przed (a) i po (b) filtracji medianowej.



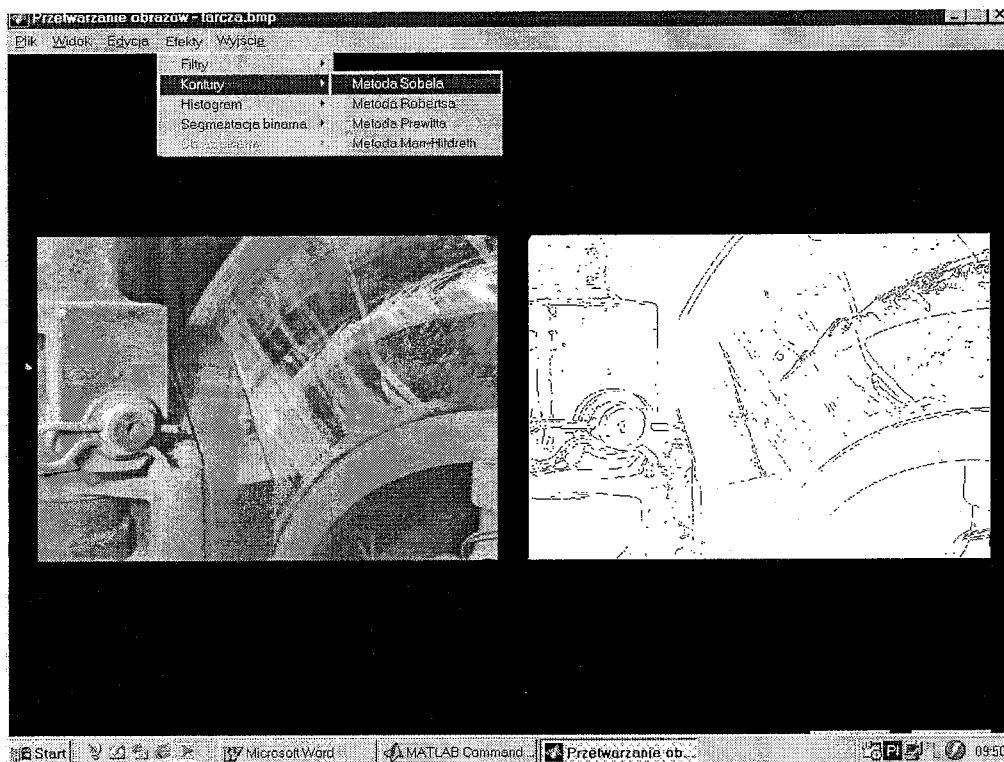
Rys.25. Obrazy dobrze oświetlone przed (a) i po (b) filtracji medianowej.

Na rys.24a widać wyraźne jasne punkty (zakłócenia) na tarczy hamulca tarczowego. Po wykonaniu filtracji medianowej rys.24b zostały wyeliminowane zakłócenia (brak jasnych punktów na tarczy hamulca tarczowego). Na rys.25a brak wyraźnych zakłóceń i dlatego obraz z rys.25b po filtracji medianowej nie zmienił się.

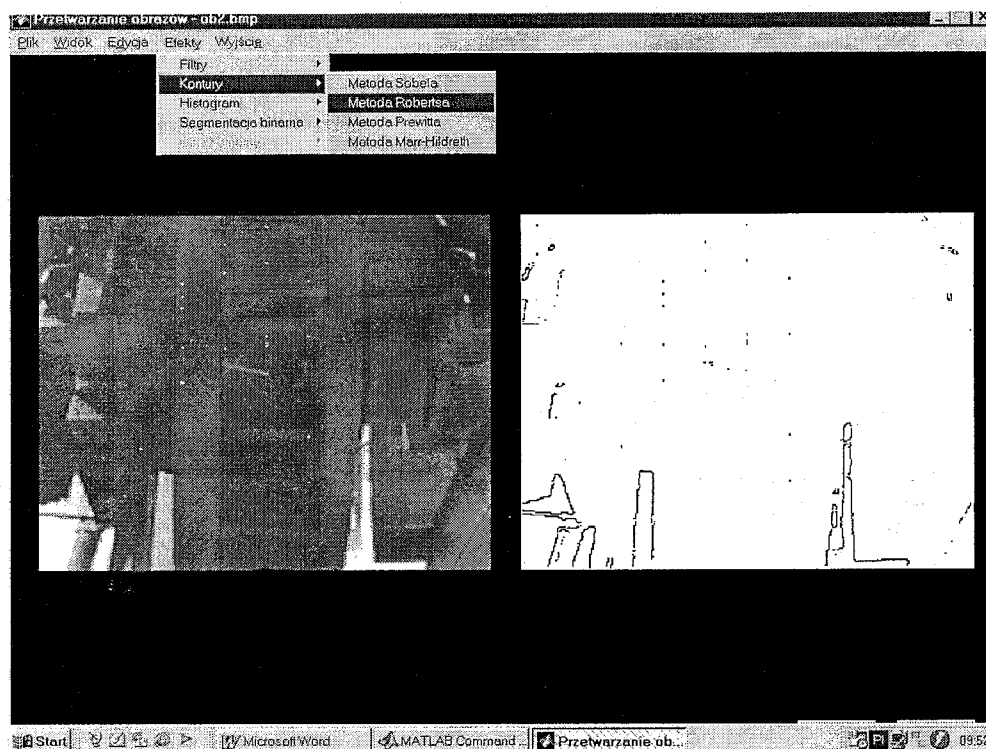
7.5. Obrazy hamulca tarczowego po wykorzystaniu filtru do wykrywania krawędzi.



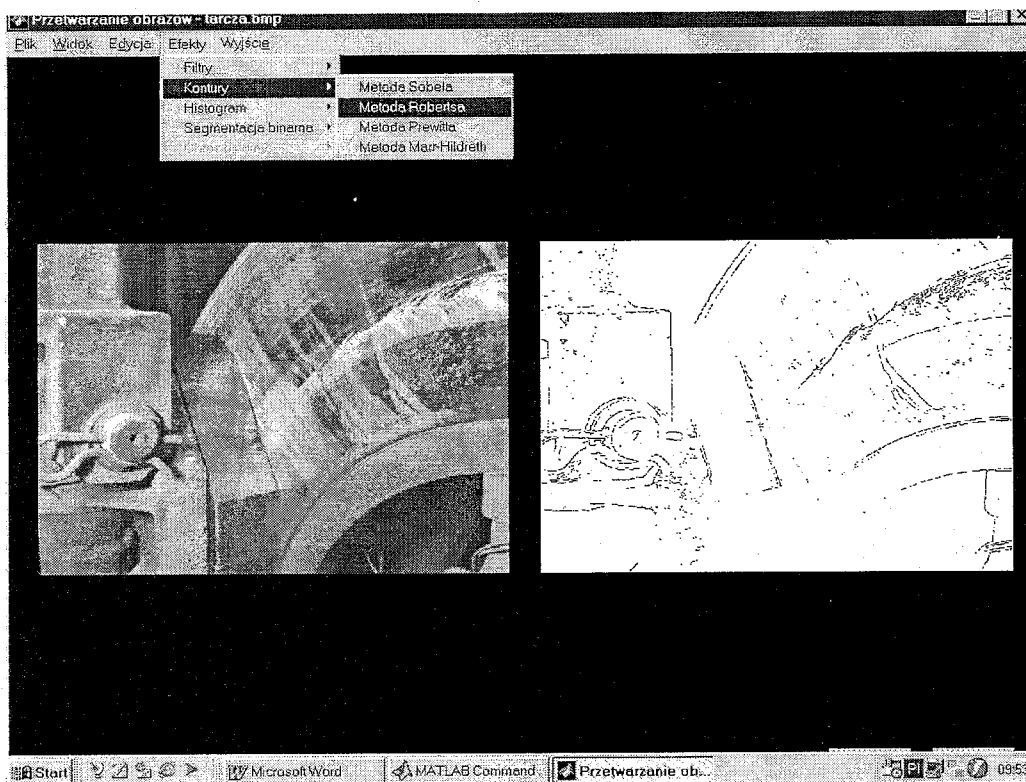
Rys.26 Obraz słabo oświetlone po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Sobela.



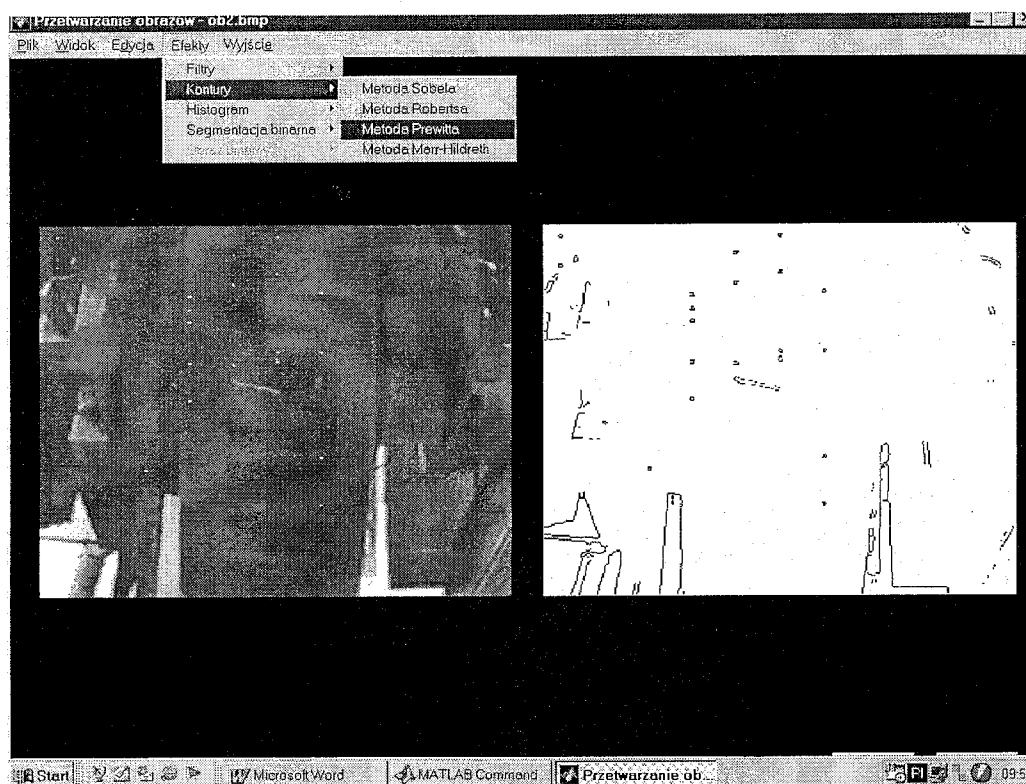
Rys.27 Obraz dobrze oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Sobela.



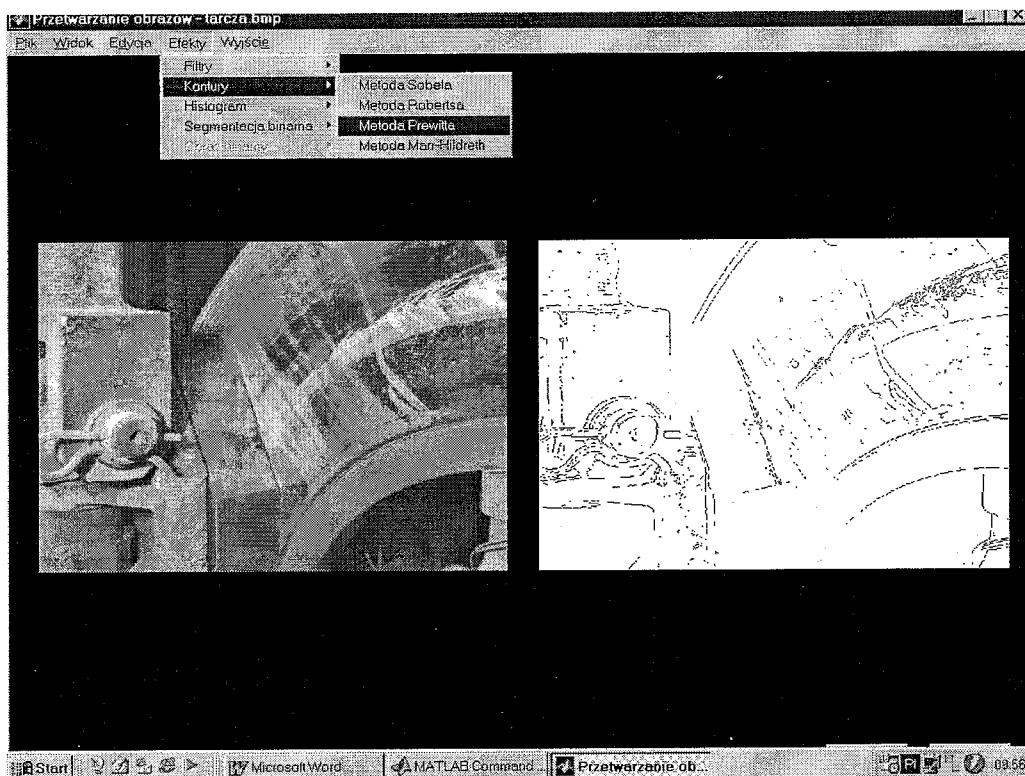
Rys.28 Obraz słabo oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Robertsa.



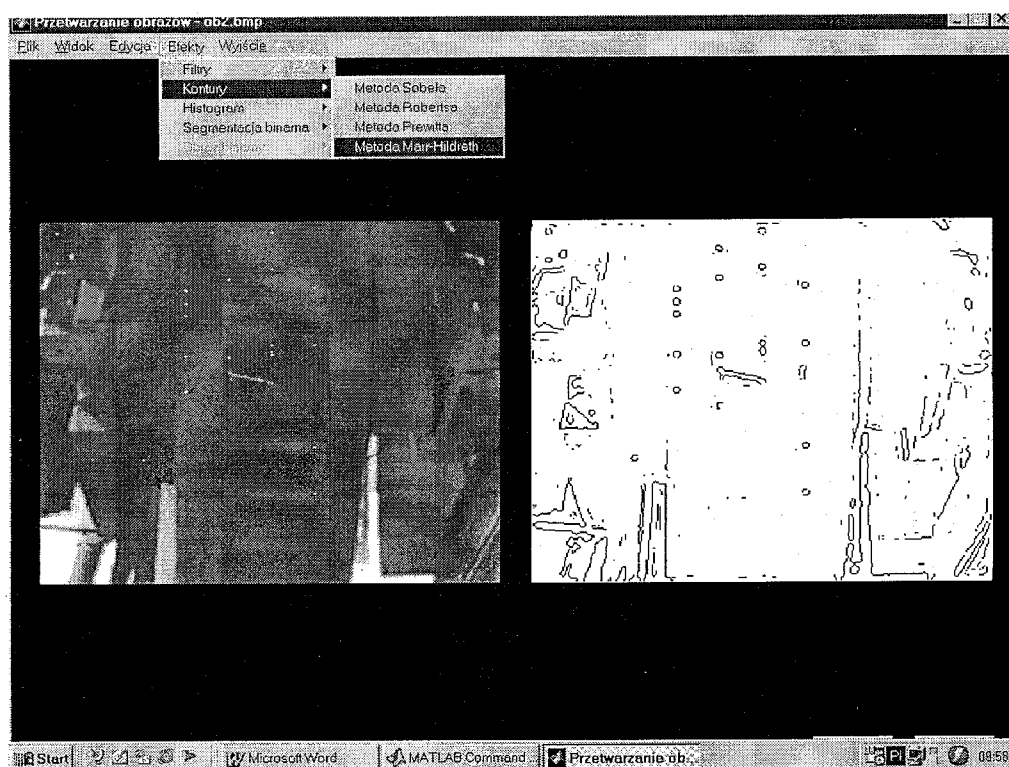
Rys.29 Obraz dobrze oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Robertsa.



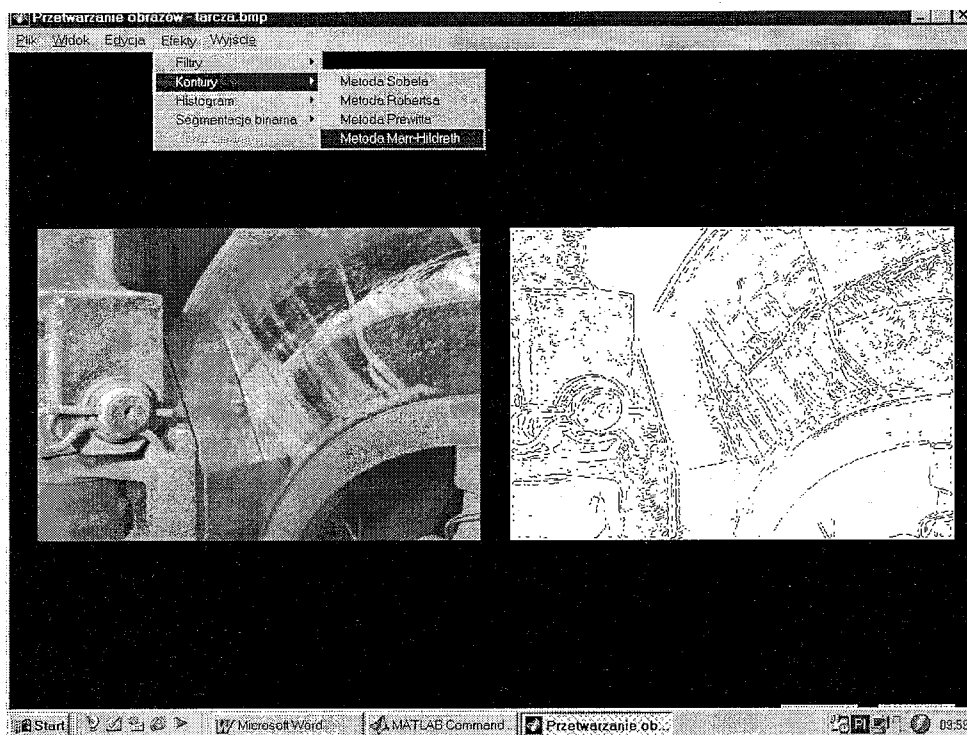
Rys.30 Obraz słabo oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Prewitta.



Rys.31 Obraz dobrze oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Prewitta.



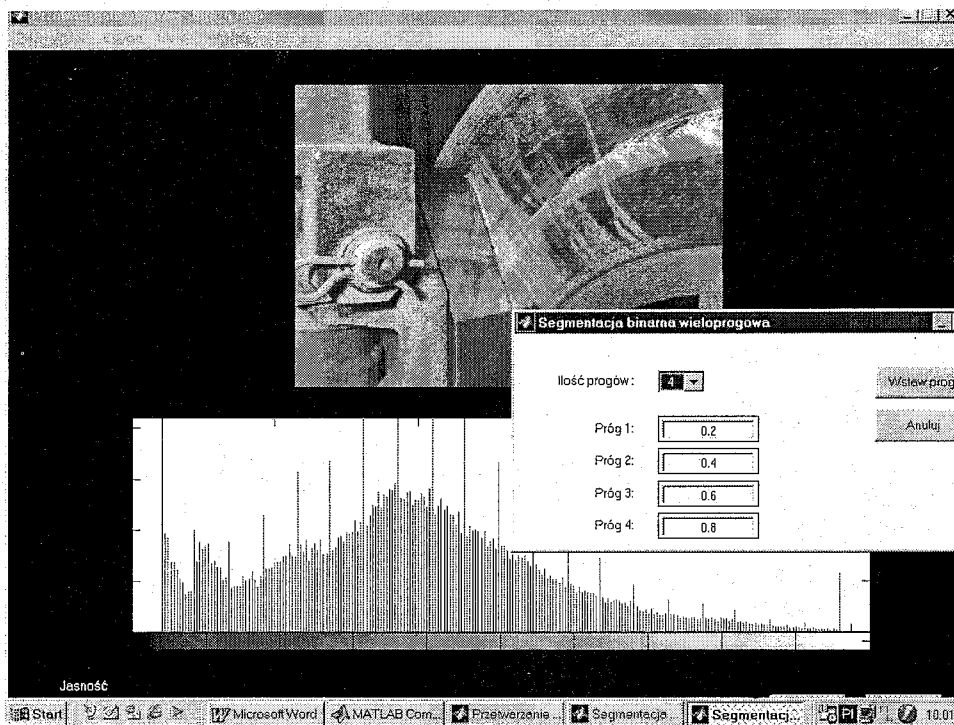
Rys.32 Obraz słabo oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Marr-Hildretha.



Rys.33 Obraz dobrze oświetlony po filtracji do wykrywania krawędzi metodą Marr-Hildretha.

Widać ewidentnie na tych obrazach jak kolosalne znaczenie ma odpowiednie oświetlenie obiektu. Źle wyeksponowany obraz jest trudny do analizy i dlatego dobór rodzaju i natężenia oświetlenia ma decydujący wpływ na jakość przeprowadzonej analizy obrazu. Zastosowanie różnych metod filtracji do wykrywania krawędzi umożliwia nam ich odpowiedni wybór w zależności od jakości uzyskanego obrazu z kamer cyfrowych i oświetlenia analizowanego obiektu.

7.6. Segmentacja binarna wieloprogowa obrazu hamulca tarczowego.

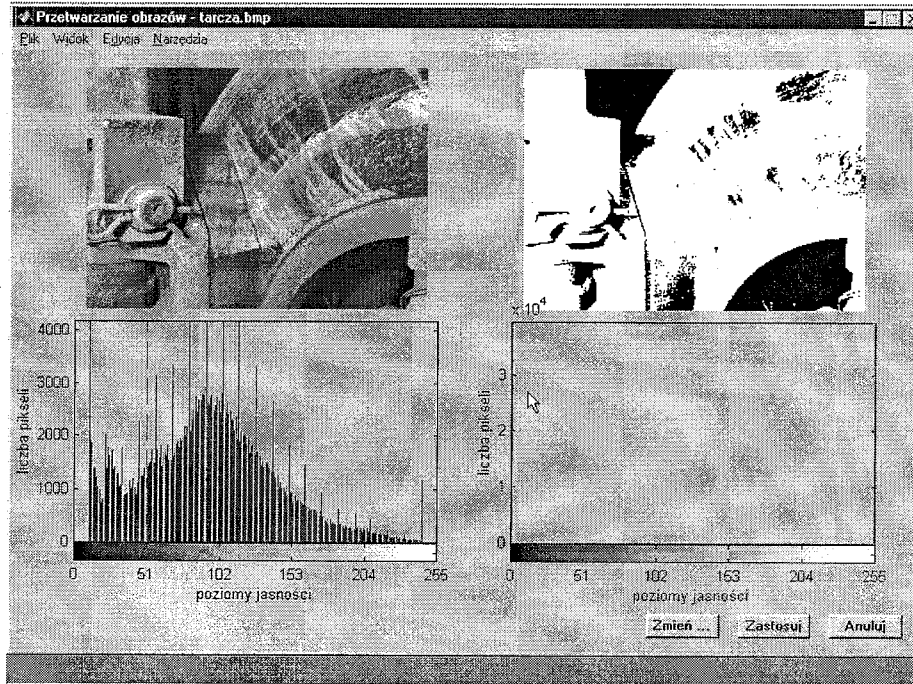


Rys.34 Obraz po segmentacji binarnej wieloprogowej (max. do 4 progów).

Na rys.34 przedstawiono segmentację binarną wieloprogową (max. do 4 progów). W zależności od ustawionych progów pewne piksele z obrazu mogą być wyeliminowane co może mieć istotne znaczenie gdy chcemy analizować obraz z pominięciem pewnych nieistotnych informacji.

a)

b)

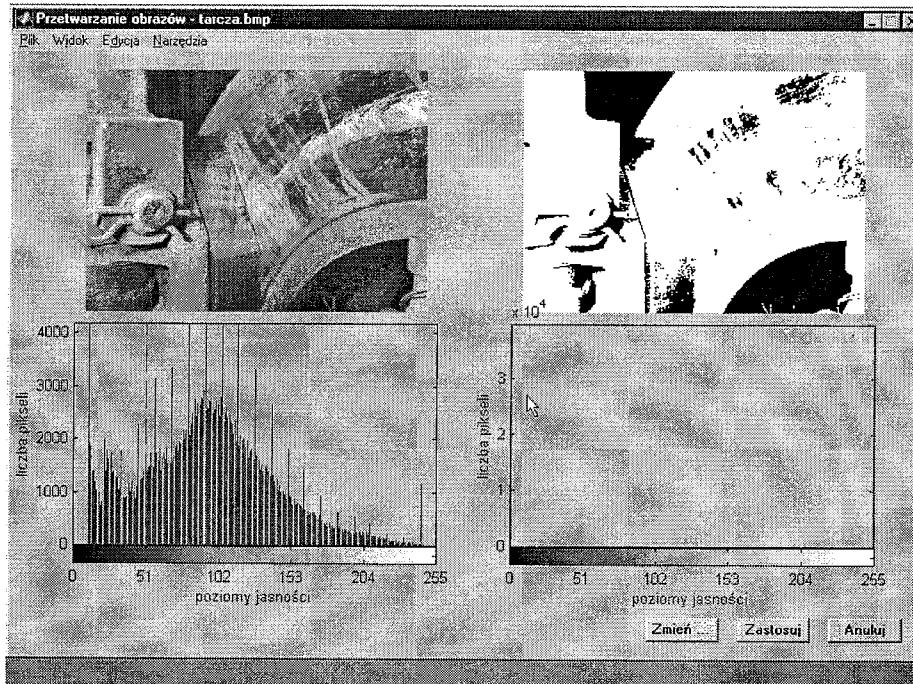


Rys.35 Obrazy przed segmentacją binarną (a) i po segmentacji binarnej jednoprogowej próg 51 na 256 poziomów jasności (b).

Na rys. 35b wyeliminowane są piksele nie przekraczające progu 51 w 256 skali poziomów jasności. Na rysunku tym widać, że piksele o niskiej skali jasności (ciemnie) w przedziale od 0 do 50 w 256 skali poziomu jasności są wyeliminowane z obrazu hamulca tarczowego.

a)

b)



Rys.36 Obrazy przed segmentacją binarną (a) i po segmentacji binarnej wieloprogowej progi 51 i 102 na 256 poziomów jasności (b).

Na rys. 36b widoczne są piksele od 51 do 102 na 256 poziomów szarości. Na rysunku tym widać, że dobierając odpowiednie progi binaryzacji możemy uzyskać obrazy, które mogą być zoptymalizowane ze względu na wyrazistość obrazu z punktu widzenia dalszej obróbki obrazu.

Literatura

- [1] J. C. Bezdek. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum Press, 1983.
- [2] C. M. Bishop. *Neural Networks for Pattern Recognition*. Clarendon Press. Oxford. 1995.
- [3] S. Bocian, P. Boguś, M. Kaluba, A. Kardacz. Pozyskanie obrazu przez komputerowe systemy graficzne do wizyjnej kontroli i diagnostyki hamulca tarczowego. *Pojazdy Szynowe*, Nr. 2, 2000, pp. 37-53.
- [4] P. Boguś, S. Bocian, P. Świtaj, P. Zadlewski. Analiza obrazów w diagnostyce hamulca tarczowego. *Pojazdy Szynowe*, Nr.1, 2000, pp.
- [5] P. Boguś, S. Bocian. Shape Deformation Analizys of Rail Car Brakes with Using Image Processing Techniques. *Book of Abstracts of European Mechanics Society EUROMECH 406 Colloquium – Image Processing Methods in Applied Mechanics*, May 6-8, 1999, Warsaw, Poland. *Prace IPPT PAN, ATOS*, Warszawa, 1999, pp. 47-49.
- [6] P. Boguś, A.M. Massone, F. Masulli, A. Schenone. Interactive graphical system for segmentation of multimodal medical volumes using fuzzy clustering. *Machine GRAPHICS & VISION*, Vol. 7, No. 4, 1998, pp. 781-791.
- [7] P. Boguś. Neural Representation of Fuzzy and Possibilistic Clustering Algorithms. L. Rutkowski, R. Tadeusiewicz (Eds.). *Proceedings of the Fourth Conference „Neural Networks and Their Applications”*. Zakopane 18 V – 22 V 1999. Polish Neural Networks Society, Częstochowa 1999, pp. 172 – 176.
- [8] K.R. Castleman. *Digital Images Processing*. New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [9] R. T. Chin, C. R. Dyer. *Model-Based Recognition in Robot Vision*. *ACM Computing Surveys*, Vol. 18, No. 1, March 1986, pp. 67-108.
- [10] R. Duda, P. Hart. *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York, Wiley Interscience, 1973.
- [11] E. Gose, R. Johnsonbaugh, S. Jost. *Pattern Recognition and Image Analysis*. New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [12] J. Hertz, A. Krogh, R. G. Palmer. *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*. WNT, Warszawa, 1993.
- [13] A. K. Jain, F. Farrokhnia. Unsupervised Texture Segmentation Using Gabor Filters. *Pattern Recognition*, Vol. 24, No. 12, 1991, pp. 1167-1186.
- [14] R. Krishnapuram, J. M. Keller. A Possibilistic Approach to Clustering. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 2, May 1993, pp. 98-110.
- [15] T. Pavlidis. *Grafika i przetwarzanie obrazów*. WNT, Warszawa, 1987.
- [16] K. Rose, E. Gurewitz, G. C. Fox. A deterministic annealing approach to clustering. *Pattern Recognition Letters* 11 (1990) 589-594.
- [17] J. C. Russ. *The Image Processing Handbook*. Third Edition. CRC Press, Springer, IEEE Press, 1999.
- [18] R. Tadeusiewicz, M. Flasiński. *Rozpoznawanie obrazów*. PWN, Warszawa, 1991.
- [19] R. Tadeusiewicz. *Systemy wizyjne robotów przemysłowych*. WNT, Warszawa, 1992.
- [20] R. Tadeusiewicz, P. Korohoda. *Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów*. WFPT, Kraków, 1997.
- [21] J. Woźnicki. *Podstawowe techniki przetwarzania obrazu*. WKŁ, Warszawa, 1996.