

## Modele i badania symulacyjne kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw przeznaczonych do realizacji losowej liczby zadań

Przedstawiono model kosztowy systemu lokomotyw przeznaczonych do realizacji losowej liczby zadań. Podano model matematyczny tego typu systemów. Zbudowano model symulacyjny. Zaprezentowano możliwości aplikacyjne modelu symulacyjnego. Sformułowano przykładowy problem badawczy. Przeprowadzono symulacje i pokazano ich wybrane wyniki.

### 1. Wprowadzenie

W okresie rosnącej konkurencji na rynku transportowym, zarówno wewnątrzgałęziowym jak i między różnymi gałęziami transportu, niezbędne są skuteczne narzędzia do ocen efektywności techniczno-ekonomicznej przedsięwzięć i systemów transportowych. Określenie efektywności przedsięwzięć transportowych i efektywności funkcjonowania systemów transportowych wymaga znajomości składowych kosztów (oraz relacji między nimi) i ich sumy. Koszty działalności ponoszone przez operatora transportu działającego na rynku usług publicznych, związane są m.in. z użytkowaniem taboru. Taborem dysponuje najczęściej świadczący usługę na zasadzie własności lub wynajmu.

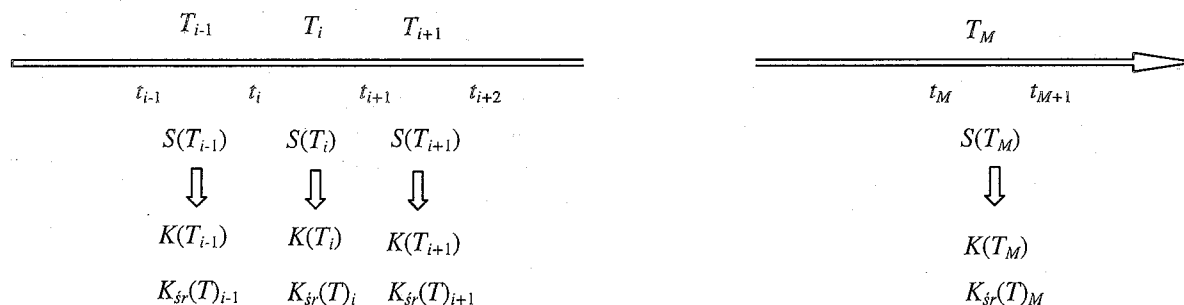
Rozpatrujemy problem operatora transportu, który świadczy usługi na rynku usług publicznych. Do realizacji usług operator dysponuje m.in. systemem lokomotyw organizowanym – w strukturze kolei – wokół zakładów taboru. Rynek usług transportowych świadczonych przez operatorów transportu kolejowego może być określany za pomocą liczby zadań transportowych. Niech *zadanie transportowe* jest to usługa realizowana przez operatora (system) za pomocą jednej lokomotywy w ciągu pewnego okresu czasu (np. jednego dnia kalendarzowego). Zapotrzebowanie na tak określone zadania transportowe może być losowe. W takiej sytuacji, u operatorów transportu kolejowego, zaistnieć może potrzeba racjonalizacji parku własnych lokomotyw gotowych do realizacji zadań transportowych.

W procesie racjonalizacji liczności parku własnych lokomotyw, można wykorzystać kryterium minimum średnich kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw w długim okresie czasu.

Zastosowanie kryterium minimum średnich kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw w długim okresie czasu, do oceny dokonywanych zmian w systemie, potraktowano jako główny cel niniejszej pracy. Realizując cel pracy zbudowano model matematyczny średnich kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw. Wartości funkcji kryterialnej, na podstawie zbudowanego modelu matematycznego, wyznaczano metodą symulacyjną.

### 2. Modele matematyczne kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw przeznaczonych do realizacji losowej liczby zadań

- System lokomotywy pracuje w czasie ciągłym, ale wszystkie możliwe zmiany stanu systemu dokonywane są w określonych chwilach czasu  $t_1, t_2, \dots$ . W stałych przedziałach czasu  $T_i = \langle t_i, t_{i+1} \rangle$  pomiędzy kolejnymi chwilami  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) stan systemu nie zmienia się. Długość wszystkich  $T_i$  okresów pracy systemu jest taka sama  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  i wynosi np. 1 dzień kalendarzowy (rys. 1).



Rys. 1. Schemat wybranych oznaczeń stosowanych w formułach modeli matematycznych.

2. W okresie  $T_i$ , system dysponuje losową liczbą  $L_{lok}(T_i)$  własnych lokomotyw (gotowych do realizacji zadań transportowych) o rozkładzie dyskretnym postaci:

$$P_{lok}(T_i, l) = P\{L_{lok}(T_i) = l, l \in N\},$$

$$\sum_l P_{lok}(T_i, l) = 1 \quad (1)$$

3. W chwili  $t_i$  określane jest zadanie systemu lokomotyw, wyrażające się liczbą pojazdów  $z$ , które są potrzebne do realizacji tego zadania. Rozkład określający liczbę lokomotyw, które realizują zadanie systemu w okresie  $T_i$ , przedstawia zależność:

$$P_{popyt}(T_i, z) = P\{L_{popyt}(T_i) = z, z \in N\}$$

$$\sum_z P_{popyt}(T_i, z) = 1 \quad (2)$$

System lokomotyw realizuje wszystkie zgłoszenia zadań transportowych, nawet wtedy gdy do wykonania ich części istnieje konieczność wynajęcia lokomotyw z innego systemu.

4. Stan systemu lokomotyw w okresie  $T_i$  określa wektor:

$$S(T_i) = [L_{lok}(T_i), L_{popyt}(T_i)] \quad (3)$$

5. Koszty działalności systemu lokomotyw wynikają z następujących kosztów jednostkowych (przypadających na ustalony okres czasu  $T_i$ ):

- i)  $k_{wl}$  - jednostkowy średni koszt wykonania zadania transportowego własną lokomotywą;
- ii)  $k_{wy}$  - jednostkowy średni koszt realizacji zadania transportowego wynajętą lokomotywą;
- iii)  $k_{ut}$  - jednostkowy średni koszt utrzymania własnej lokomotywy bez względu na to czy są dla niej zadania transportowe czy też nie.

W warunkach losowej liczby własnych lokomotyw i losowego zapotrzebowania na nie, generowane są określone całkowite koszty  $K(T_i)$  funkcjonowania systemu w okresie czasu  $T_i$ . Koszty te przedstawiają następujące modele matematyczne:

- a) gdy  $L_{lok}(T_i) \geq L_{popyt}(T_i)$ , tzn., że liczba własnych lokomotyw gotowych do realizacji zadań transportowych jest większa lub co najmniej równa zapotrzebowaniu na nie, to wtedy

$$K(T_i) =$$

$$= (k_{wl} + k_{ut}) \cdot L_{popyt}(T_i) +$$

$$+ k_{ut} \cdot (L_{lok}(T_i) - L_{popyt}(T_i)) \quad (4)$$

- b) gdy  $L_{lok}(T_i) < L_{popyt}(T_i)$ , tzn., że liczba lokomotyw własnych gotowych do realizacji zadań transportowych jest mniejsza od zapotrzebowania na nie, to wtedy

$$K(T_i) =$$

$$= (k_{wl} + k_{ut}) \cdot L_{lok}(T_i) +$$

$$+ k_{wy} \cdot (L_{popyt}(T_i) - L_{lok}(T_i)) \quad (5)$$

6. Rozpatrując funkcjonowanie systemu w długim okresie czasu  $T$  takim, że jest on wielokrotnością okresów  $T_i$  o długości  $\Delta t$

$$T = M \cdot \Delta t, \quad M \in N,$$

lub

$$T = \sum_{i=1}^M T_i,$$

można w następujący sposób przedstawić model matematyczny średnich kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw w czasie  $T$ :

$$K_{sr}(T)_M = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M K(T_i) \quad (8)$$

### 3. Symulator cyfrowy kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw przeznaczonego do realizacji losowej liczby zadań

Modele matematyczne kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw odwzorowano w symulatorze cyfrowym *Sym\_Sys\_Lok\_1.Xls*. Jest to aplikacja komputerowa składająca się z arkuszy kalkulacyjnych opracowanych w formacie programu Excel. Podstawą symulatora jest arkusz szablonu do symulacji. Na podstawie tego szablonu tworzone są arkusze do przeprowadzania kolejnych eksperymentów symulacyjnych. Widok ekranów monitora przedstawiających początkową i końcową fazę przeprowadzania przykładowej symulacji kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw, pokazano na rys. 2.

Na ekranie zawsze widoczny jest formularz do wprowadzania danych opisujących warunki eksperymentu symulacyjnego przeprowadzanego w ramach systemu pojazdów. W formularzu należy zadeklarować:

- liczbę okresów pracy (czas prowadzenia symulacji,
- liczbę własnych lokomotyw w systemie,
- jednostkowe średnie koszty: realizacji zadań własną lokomotywą, realizacji zadań wynajętą lokomotywą, utrzymania własnej lokomotywy,
- identyfikator i parametry rozkładu zapotrzebowania na lokomotywy.

Wyniki symulacji po kolejnych doświadczeniach eksperymentu symulacyjnego zapisywane i zapamiętywane są w bazie danych w układzie kolumnowym (rys. 2). W kolejnych kolumnach tabeli rejestrowane lub obliczane są następujące wielkości:

- numer  $i$ -tego symulowanego okresu pracy odpowiadający numerowi doświadczenia eksperymentu symulacyjnego,
- liczba losowa o rozkładzie równomiernym na przedziale  $\langle 0; 1 \rangle$  będąca podstawą generowania zapotrzebowania na lokomotywy w kolejnych doświadczeniach eksperymentu symulacyjnego (z wyłączeniem przypadku, w którym zapotrzebowanie na lokomotywy opisuje rozkład normalny),
- symulowana liczba zadań do realizacji  $L_{popyt}(T_i)$  w  $i$ -tym okresie pracy eksperymentu symulacyjnego (odpowiada popytowi na lokomotywy),
- nadmiar własnych lokomotyw  $L_{nad}(T_i) = L_{lok}(T_i) - L_{popyt}(T_i)$  w systemie w stosunku do symulowanej liczby zadań do realizacji,
- całkowity koszt realizacji zadań własnymi lokomotywami, obliczany według zależności:

SYMULACJA KOSZTÓW FUNKCJONOWANIA SYSTEMU LOKOMOTYW

Otwórz nowy

Drukuj arkusz



Simulacja kosztów systemu przy 26 lokomotywach

Liczba okresów pracy symulacji systemu lokomotyw  $m$  ..... 600  
 Liczba własnych lokomotyw w systemie  $L_{lok}$  ..... 26  
 Jednostkowy średni koszt realizacji zadania własną lokomotywą  $K_{wl}$  ..... 800,00  
 Jednostkowy średni koszt realizacji zadania wynajętą lokomotywą  $K_{wy}$  ..... 2000,00  
 Jednostkowy średni koszt utrzymania własnej lokomotywy  $K_{ud}$  ..... 360,00  
 Typ rozkładu prawdopodobieństwa popytu na lokomotywy ..... Empiryczny  
 Identyfikator rozkładu prawdopodobieństwa popytu na lokomotywy ..... 2  
 Pierwszy parametr rozkładu prawdopodobieństwa popytu na lokomotywy .....  
 Drugi parametr rozkładu prawdopodobieństwa popytu na lokomotywy .....

Krok po kroku

Nr okresu pracy $i$	Liczba losowa o rozkładzie równomiernym $<0; 1>$	Simulowana liczba zadań w okr. pracy $L_{popyt}(t)$	Międzmiar lokomotyw własnych w okr. pracy $L_{rad}(t)$	Koszt realizacji zadań własnymi lokomotywami $K_{wl}(t)$	Koszt realizacji zadań wynajętymi lokomotywami $K_{wy}(t)$
	SUMY	14 377	1 223	16 505 640,00	296 000,00
	ŚREDNIE	24	2	27 509,40	493,33
1	0,49366353499	24	2	27 840,00	0,00
2	0,73945614474	26	0	30 160,00	0,00
3	0,85717559222	27	-1	30 160,00	2 000,00
4	0,76177534100	26	0	30 160,00	0,00
5	0,04913670185	20	6	23 200,00	0,00
6	0,32532265421	23	3	26 680,00	0,00
7	0,99961221579	28	-2	30 160,00	4 000,00
8	0,59129306313	25	1	29 000,00	0,00
9	0,78672713402	26	0	30 160,00	0,00
10	0,48166156775	24	2	27 840,00	0,00

Uruchom symulację

Wyczyść arkusz		Razem	
Koszt utrzymania lokomotyw dla których brak zadań $K_{wrad}(t)$	Koszt realizacji zadań własnymi lokomotywami $K_{wl}(t)$	Koszt w bieżącym okresie pracy $K(t)$	Średni koszt do bieżącego okresu pracy $K_{sr}(t)$
493 560,00	17 295 200,00	17 295 200,00	SUMY
822,60	28 825,33	28 825,33	ŚREDNIE
720,00	28 560,00	28 560,00	
0,00	30 160,00	30 160,00	
0,00	32 160,00	30 293,33	
0,00	30 160,00	30 260,00	
2 160,00	25 360,00	29 280,00	
1 080,00	27 760,00	29 026,67	
0,00	34 160,00	29 760,00	
360,00	29 360,00	29 710,00	
0,00	30 160,00	29 760,00	
720,00	28 560,00	29 640,00	

0,00	0,00	0,00	28 836,05
2 160,00	25 360,00	25 360,00	28 830,23
720,00	28 560,00	28 560,00	28 829,78
1 800,00	26 160,00	26 160,00	28 825,33

Rys. 2. Widok arkusza z danymi i fragmentem wyników symulacji kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw dysponującego 26 własnymi lokomotywami

a) gdy  $L_{lok}(T_i) \geq L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{wl}(T_i) = (k_{wl} + k_{ut}) \cdot L_{popyt}(T_i), \quad (9)$$

b) gdy  $L_{lok}(T_i) < L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{wl}(T_i) = (k_{wl} + k_{ut}) \cdot L_{lok}(T_i). \quad (10)$$

– całkowity koszt realizacji zadań wynajętymi lokomotywami, obliczany według zależności:

a) gdy  $L_{lok}(T_i) \geq L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{wy}(T_i) = 0, \quad (11)$$

b) gdy  $L_{lok}(T_i) < L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{wy}(T_i) = k_{wy} \cdot (L_{popyt}(T_i) - L_{lok}(T_i)). \quad (12)$$

– całkowity koszt utrzymania lokomotyw dla których brak jest zadań, obliczany według zależności:

a) gdy  $L_{lok}(T_i) > L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{nad}(T_i) = k_{ut} \cdot (L_{lok}(T_i) - L_{popyt}(T_i)), \quad (13)$$

b) gdy  $L_{lok}(T_i) \leq L_{popyt}(T_i)$ , to wtedy

$$K_{nad}(T_i) = 0. \quad (14)$$

– całkowity koszt funkcjonowania systemu lokomotyw w bieżącym (tzn.  $i$ -tym) okresie pracy, obliczany według zależności:

$$K(T_i) = K_{wl}(T_i) + K_{wy}(T_i) + K_{nad}(T_i), \quad (15)$$

– średni koszt funkcjonowania systemu lokomotyw do bieżącego (tzn.  $i$ -tego) okresu pracy, obliczany według zależności:

$$K_{sr}(T)_i = \frac{1}{i} \cdot \sum_{j=1}^i K(T_j). \quad (16)$$

Użytkownik symulatora *Sym\_Sys\_Lok\_1.Xls* ma do dyspozycji szereg przycisków, które pozwalają w wygodny sposób prowadzić badania symulacyjne. Do przycisków przypisano następujące procedury operacyjne (rys. 2):

- tworzenie arkusza roboczego do przeprowadzenia nowego eksperymentu symulacyjnego na podstawie arkusza szablonu (przycisk »Utwórz nowy«),
- realizacja kolejnego doświadczenia eksperymentu symulacyjnego (przycisk »Krok po kroku«),
- pełna realizacja (od doświadczenia bieżącego do doświadczenia odpowiadającego zadeklarowanej liczbie okresów

pracy) eksperymentu symulacyjnego (przycisk »Uruchom symulację«).

- drukowanie wyników eksperymentu symulacyjnego (przycisk »Drukuj arkusz«),
- całkowite czyszczenie bazy danych z wynikami doświadczeń eksperymentu symulacyjnego (przycisk »Wyczyść arkusz«),

#### 4. Przykładowy eksperyment symulacyjny

Niech losowy popyt na lokomotywy jaki musi zaspokoić system lokomotyw określa empiryczny rozkład prawdopodobieństwa postaci:

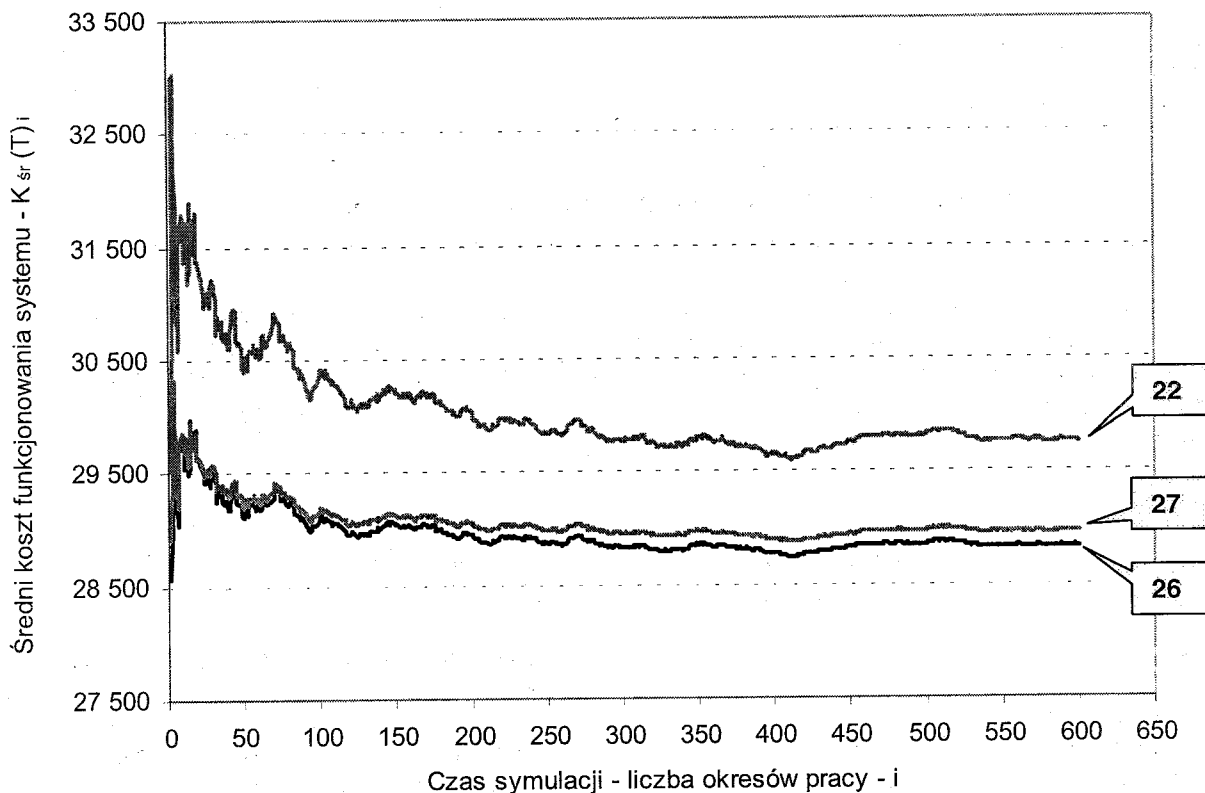
$$P_{popyt}(T_i, z) = \begin{cases} 0.25 & \text{dla } 20 \leq z \leq 22 \\ 0.25 & \text{dla } 22 < z \leq 24 \\ 0.25 & \text{dla } 24 < z \leq 26 \\ 0.25 & \text{dla } 26 < z \leq 28 \end{cases}. \quad (17)$$

System wykonuje zadania za pomocą własnych lokomotyw i lokomotyw wynajętych. Realizacja w taki sposób zadań transportowych wiąże się z określonymi kosztami. Jednostkowy średni koszt wykonania zadania własną lokomotywą wynosi 800 zł, zaś jednostkowy średni koszt wykonania zadania wynajętą lokomotywą wynosi 2000 zł. Dodatkowo, jednostkowy średni koszt utrzymania własnej lokomotywy, niezależnie od tego czy realizuje ona zadania czy też brak dla niego zadań do realizacji, wynosi 360 zł.

Należy wyznaczyć średnie koszty funkcjonowania systemu lokomotyw (wyznaczane na podstawie wzoru (8)) działającego w opisanych warunkach przy różnej liczbie własnych lokomotyw. Na tej podstawie należy ustalić jaką liczbą lokomotyw własnych winien dysponować system aby średnie koszty jego funkcjonowania były jak najmniejsze.

W celu odpowiedzi na postawione pytania przeprowadzono szereg eksperymentów za pomocą symulatora *Sym\_Sys\_Lok\_1.Xls*. Sposób przygotowania danych do eksperymentów symulacyjnych pokazano już na rys. 2. Proces symulacji prowadzono przez  $M = 600$  okresów pracy – aż do stabilizacji wartości funkcji kryterialnej  $K_{sr}(T)_i$ .

Przykład wyników symulacji kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw, przeznaczonego do wykonywania w kolejnych okresach pracy liczby zadań określonej rozkładem przedstawionym za pomocą formuły (17) a dysponującego do ich realizacji różnymi liczbami własnych lokomotyw, pokazano na rys. 3. Z przeprowadzonych badań symulacyjnych wynika, że najmniejszą średnią wartością funkcji kryterialnej  $K_{sr}(T)_{600}$  oceny systemu charakteryzuje się system dysponujący 26 własnymi lokomotywami.



Rys. 3. Wybrane wyniki symulacji kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw przeznaczonego do realizacji losowej liczby zadań a dysponującego różnymi liczbami własnych lokomotyw

## 5. Uwagi końcowe

Operatorzy transportu, zarówno już działający na rynku, jak i nowo wchodzący i/lub pragnący poszerzyć swoją ofertę – swój udział w rynku, narażeni są na duże ryzyko niepowodzenia. Toteż kluczową sprawą jest określenie sposobu dobrego wykorzystania istniejącego taboru oraz w przypadku wymiany lub rozbudowy parku pojazdów – umiejętne i korzystne dokonywanie zakupów inwestycyjnych.

Wieloelementowa oferta podażowa operatorów transportu nie może być sformułowana jednoznacznie. W przypadku operatorów transportu szynowego dzieje się tak – lub dzieje się tak będzie – z powodu zarówno konkurencji międzygałęziowej i spodziewanej niebawem konkurencji wewnątrzgałęziowej. Stąd operatorom transportu szynowego przychodzi działać – lub niedługo przyjdzie działać – w sytuacji losowo określonego zbioru zadań przewozowych.

Wychodząc naprzeciw spodziewanym potrzebom dokonywania analiz funkcjonowania systemów pojazdów w warunkach losowo określonego zbioru zadań przewozowych, opracowano modele i symulator zaprezentowany w artykule. Główną trudnością autorów artykułu było i jest, nie budowa poprawnych modeli i symulatorów, ale dotarcie do wiarygodnych źródeł potrzebnych danych. Z tego względu zaprezentowany w artykule przykład obliczeniowy należy traktować jako pokazanie potencjalnych możliwości opracowanych modeli. Autorzy mają nadzieję, że w przypadku zainteresowania prezentowaną tu problematyką operatorów transportu szynowego, będzie łatwiej skłonić ich do zbierania i udostępniania odpowiednich danych.

W artykule pokazano zastosowanie kryterium minimum średnich kosztów funkcjonowania systemu lokomotyw w długim okresie czasu, do oceny dokonywanych zmian w systemie. W pracy [1] wskazano na możliwości uwzględnienia w ocenach – dodatkowo – gotowości systemu lokomotyw do realizacji własnymi pojazdami losowej liczby zadań.

Problematyka artykułu nawiązuje do procedur określania kosztów życia obiektów (LCC – Life Cycle Cost). Niektóre inne niż w artykule zagadnienia związane z LCC środków transportu szynowego opracowano w ramach projektu KBN nr 9 T12C 114 14 [2].

## Literatura

- [1] Kadziński A., Tomaszewski F., *Niezawodnościowy i kosztowy model funkcjonowania systemu pojazdów*, w: *Materiały Międzynarodowej Konferencji Bezpieczeństwa i Niezawodności KONBiN 2001, Szczyrk 2001*.
- [2] *Wybrane własności eksploatacyjno-ruchowe technicznych środków transportu szynowego. Modelowanie komputerowe i badania symulacyjne*, Projekt KBN nr 9 T12C 114 14, kierownik projektu J. Kwaśnikowski, raport merytoryczny, Politechnika Poznańska, Poznań 2000, niepublikowane.