

Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze (6)

W pracy przedstawiono zbiór parametrów kinematycznych kołyszącego się zestawu kołowego poruszającego się wzdłuż toru. Przeanalizowano siły tarcia występujące pomiędzy kołami tego zestawu i szynami toru. Wyniki analizy stanowią dane niezbędne do badania tłumienia wężykowania zestawów kołowych.

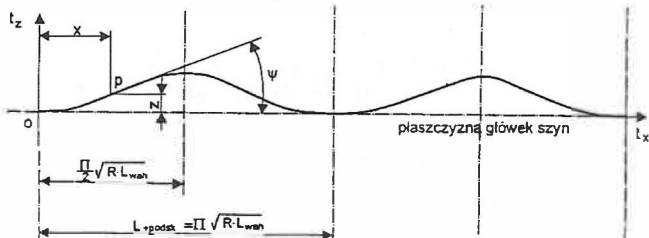
Część VI USTALENIE PARAMETRÓW KINEMATYCZNYCH I SIŁ TARCIA ZESTAWU KOŁOWEGO WSPÓLPRACUJĄCEGO Z TOREM

1. Uwagi ogólne

Podczas wężykowania zestawu kołowego wywiązują się siły tarcia pomiędzy powierzchniami jego kół współpracującymi z główkami szyn. Ustalenie ich wartości powinno być poprzedzone określeniem parametrów kinematycznych kołyszącego się zestawu kołowego poruszającego się wzdłuż toru.

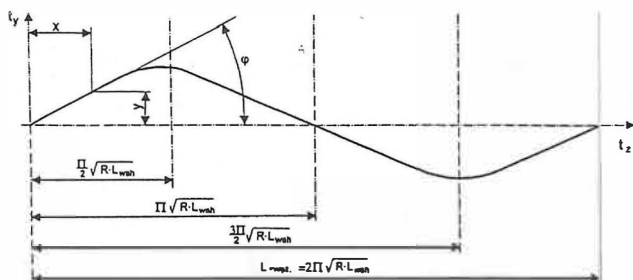
Ruch środka ciężkości zestawu kołowego wzdłuż toru wygląda następująco:

- w rzucie na płaszczyznę pionową występuje podskakiwanie



Rys. 1. Fala podskakiwania środka ciężkości zestawu kołowego

- w rzucie na płaszczyznę poziomą występuje wężykowanie



Rys. 2. Fala wężykowania środka ciężkości zestawu kołowego

Analiza ruchu środka ciężkości zestawu kołowego umożliwia określenie parametrów kinematycznych tego zestawu.

2. Parametry kinematyczne zestawu kołowego gdy znajduje się on w dowolnym położeniu w torze w punkcie oddalonym od „x” od początku układu współrzędnych

Jako dowolne położenie zestawu kołowego w torze, przyjmuje się takie jego położenie, gdy jest on oddalony o odległość „x” od początku układu współrzędnych.

- a) W pracy [3], wzór (58), ustalono, że przemieszczenie poprzeczne „y” zestawu kołowego w torze, mierzone od pionowej płaszczyzny symetrii toru, wynosi w dowolnym punkcie P (rys.1) trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego, oddalonym o „x” od początku układu współrzędnych (punktu położonego na podłużnej osi symetrii toru, tam gdzie zestaw kołowy zajmuje środkowe położenie w torze) można wyrazić zależnością:

$$y = y_a \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (1)$$

gdzie: y_a – amplituda wężykowania zestawu kołowego;

$$y_a = 0,0165 \text{ m,}$$

$$R \text{ – promień koła; } R = 0,325 \text{ m,}$$

l_{wah} – długość wahadła, jakim jest wężykujący zestaw kołowy.

- b) Uniesienie „z” środka ciężkości zestawu kołowego w tym punkcie P wynosi (patrz [3], wzór (62)):

$$z = \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (2)$$

- c) Kąt odchylenia rzutu poziomego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego od pionowej płaszczyzny symetrii poprzecznej toru w tym punkcie P wynosi (patrz [3], wzór (69)):

$$\varphi = \frac{y_a}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (3)$$

- d) Kąt nachylenia rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego do poziomu w punkcie P wynosi (patrz [3], wzór (74)):

$$\psi = \frac{y_a^2}{2l_{wah} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot \sin\left(\frac{2}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (4)$$

- e) Kąt nachylenia osi zestawu kołowego do poziomu w tym punkcie P wynosi (patrz [3], wzór (94)):

$$\varepsilon = \frac{y_a}{l_{wah}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (5)$$

- f) Składowa przyspieszenia ziemskiego, prostopadła do kierunku toru w punkcie P wynosi:

$$a_\varepsilon = g \cdot \varepsilon$$

Podstawiając tu (5), otrzymujemy

$$a_\varepsilon = \frac{y_a}{l_{wah}} \cdot g \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (6)$$

- g) Składowa przyspieszenia ziemskiego, styczna do rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego, wynosi w punkcie P:

$$a_\psi = g \cdot \psi$$

Podstawiając tu (4), otrzymujemy:

$$a_\psi = \frac{y_a^2}{2l_{wah} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot g \cdot \sin\left(\frac{2}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (7)$$

- h) Składowa ciężaru zestawu kołowego, skierowana prostopadłe do podłużnej osi symetrii toru

$$P_\varepsilon = m_{zk} \cdot a_\varepsilon$$

Podstawiając tu (6), otrzymamy

$$P_\varepsilon = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a}{l_{wah}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (8)$$

- i) Składowa ciężaru zestawu kołowego, skierowana stycznie do trajektorii jego środka ciężkości

$$P_\psi = m_{zk} \cdot a_\psi$$

Podstawiając tu (7) otrzymujemy

$$P_\psi = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah} \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot \sin\left(\frac{2}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (9)$$

- j) Przyrost energii potencjalnej zestawu kołowego, po jego przemieszczeniu się wzdłuż swej trajektorii od punktu 0 do dowolnego punktu P, wynosi:

$$\Delta E_{pot} = m_{zk} \cdot g \cdot z \quad (10)$$

gdzie: m_{zk} – masa zestawu kołowego,
 g – przyspieszenie grawitacyjne,
 z – określone wzorem (2).

Podstawiając tu (2), otrzymujemy:

$$\Delta E_{pot} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot x\right) \quad (11)$$

3. Parametry kinematyczne zestawu kołowego znajdującego się w środkowym położeniu w torze

Środkowe położenie zestawu kołowego w torze oznacza, iż znajduje się on w początku układu współrzędnych. Wówczas zachodzą niżej przedstawione zależności.

- a) Przesunięcie zestawu kołowego w poprzek toru, mierzone od pionowej płaszczyzny symetrii toru (wzór 1) wynosi wtedy:

$$y_0 = y_a \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot 0\right) = 0$$

- b) Podniesienie środka zestawu kołowego w górę wyniesie wtedy (wzór 2):

$$z_0 = \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot 0\right) = 0$$

- c) Kąt odchylenia osi zestawu kołowego od pionowej płaszczyzny prostopadłej do kierunku toru wyniesie (wzór 3):

$$\varphi_0 = \frac{y_a}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot 0\right),$$

czyli

$$\varphi_0 = \frac{y_a}{\sqrt{R \cdot l_{wah}}} \quad (12)$$

Wartość y_a jest ok. 0,016 m, R – ok. 0,5 m, l_{wah} – ok. 28,6 m. Zatem wartość φ_0 wynosi ok. 0,0043.

- d) Kąt nachylenia rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego do poziomu wynosi wtedy (wzór 4):

$$\Psi_0 = 0$$

- e) Kąt nachylenia osi zestawu kołowego do poziomu wynosi wtedy (wzór 5):

$$\varepsilon = 0$$

- f) Składowa przyspieszenia ziemskiego prostopadła do kierunku toru wynosi wtedy (wzór 6):

$$a_\varepsilon = 0$$

- g) Składowa przyspieszenia ziemskiego styczna do trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego wynosi wtedy (wzór 7):

$$a_\Psi = 0$$

- h) Składowa grawitacyjna działająca na zestaw kołowy, skierowana prostopadle do podłużnej osi symetrii toru (wzór 8), wynosi wtedy:

$$P_\varepsilon = 0$$

- i) Składowa grawitacyjna działająca na zestaw kołowy, skierowana stycznie do trajektorii jego środka ciężkości (wzór 9), wynosi wtedy:

$$P_\Psi = 0$$

- j) Przyrost energii potencjalnej zestawu kołowego (wzór 11), wynosi wtedy:

$$\Delta E_{\text{pot}} = 0$$

4. Parametry kinematyczne zestawu kołowego oddalonego od początku układu współrzędnych o ćwierć długości fali podskakiwania

Długość fali podskakiwania wyraża zależność:

$$L_{f\text{podsk}} = \pi \cdot \sqrt{R \cdot l_{\text{wah}}}$$

Zatem

$$x_{l/4} = \frac{L_{f\text{podsk}}}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{R \cdot l_{\text{wah}}} \quad (13)$$

R jest ok. 0,5 m, a l_{wah} – ok. 28,6 m. Zatem wartość $x_{L/4}$ wynosi ok. 2,93 m.

Wówczas zachodzą następujące związki:

- Przesunięcie środka ciężkości w poprzek toru (wzór 1)

$$y_{l/4} = y_a \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad (14)$$

czyli

$$y_{l/4} = 0,707 y_a$$

- Podniesienie środka ciężkości zestawu kołowego w górę (wzór 2)

$$z_{L/4} = \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}}} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

czyli

$$z_{L/4} = \frac{y_a^2}{4l_{\text{wah}}} \quad (15)$$

Wynosi to: $z_{L/4} = \frac{0,016^2}{4 \cdot 28,6} = 0,0000022 \text{ m} = 0,0022 \text{ mm}$.

- Kąt odchylenia osi zestawu kołowego od normalnej do podłużnej pionowej płaszczyzny symetrii toru (wzór 3):

$$\varphi_{L/4} = -\frac{y_a}{\sqrt{R \cdot l_{\text{wah}}}} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \quad (16)$$

Jego wartość wynosi:

$$\varphi_{L/4} = \frac{0,016}{\sqrt{0,5 \cdot 28}} \cdot 0,707 = 0,003 \text{ rad}$$

- Kąt nachylenia trajektorii środka ciężkości do poziomu (wzór 4):

$$\Psi_{L/4} = \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}} \cdot \sqrt{R \cdot l_{\text{wah}}}} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \frac{y_a^2}{2l_{\text{wah}} \cdot \sqrt{R \cdot l_{\text{wah}}}} \quad (17)$$

Jego wartość wynosi:

$$\Psi_{L/4} = \frac{0,016^2}{2 \cdot 28 \cdot \sqrt{0,5 \cdot 28}} = \frac{0,000256}{209,44} = 0,0000012 \text{ rad}$$

- Kąt nachylenia osi zestawu kołowego do poziomu (wzór 5):

$$\varepsilon_{L/4} = \frac{y_a}{l_{\text{wah}}} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad (18)$$

Jego wartość wynosi:

$$\varepsilon_{L/4} = \frac{0,016}{28} \cdot 0,707 = 0,0004 \text{ rad}$$

- Składowa przyspieszenia ziemskiego prostopadła do kierunku toru (wzór 6):

$$a_{\varepsilon L/4} = \frac{y_a}{l_{\text{wah}}} \cdot g \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad (19)$$

Jego wartość wynosi:

$$\alpha = \frac{0,016}{28} \cdot 9,81 \cdot 0,707 = 0,004 \text{ rad.}$$

- Składowa przyspieszenia ziemskiego styczna do rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego (wzór 7):

$$a_{\psi L/4} = \frac{y_a^2}{2l_{wah} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot g \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad (20)$$

Jej wartość wynosi:

$$\alpha_{\psi L/4} = \frac{0,016^2}{2 \cdot 28 \cdot \sqrt{0,5 \cdot 28}} \cdot 9,81 \cdot 0,707 = 0,0000082 \text{ m/s}^2$$

- Składowa ciężaru zestawu kołowego, działająca prostopadle do podłużnej osi symetrii toru (wzór 8):

$$P_{eL/4} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a}{l_{wah}} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad (21)$$

m_{zk} jest ok. 1200 kg, y_a – ok. 0,016 m, l_{wah} – ok. 28 m.

Jej przybliżona wartość wynosi:

$$P_{eL/4} = 1200 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,016}{28,6} \cdot 0,707 \approx 5 \text{ N.}$$

- Składowa ciężaru zestawu kołowego, działająca wzdłuż trajektorii jego środka ciężkości (wzór 9):

$$P_{\psi L/4} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}}} \quad (22)$$

m_{zk} jest ok. 1200 kg, $g \approx 10 \text{ m/s}^2$, y_a – ok. 0,016 m, R – ok. 0,5 m, l_{wah} – ok. 28 m. Zatem wartość $P_{\psi L/4}$ jest ok. 0,013 N.

- Przyrost energii potencjalnej zestawu kołowego (wzór 11):

$$\Delta E_{pot} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{4} \quad (23)$$

Jej wartość wynosi:

$$\Delta E_{pot} = 1200 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,016^2}{2 \cdot 28,6} \cdot 0,707^2 = 0,026 \text{ J.}$$

5. Parametry kinematyczne zestawu kołowego oddalonego od początku układu współrzędnych o pół długości fali podskakiwania

Jeśli długość fali podskakiwania wynosi x , to jej połowa będzie:

$$x_{L/2} = \frac{L_{fpodsk}}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{R \cdot l_{wah}} \quad (24)$$

natomiast jej wartość: $x_{L/2} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{0,5 \cdot 28} = 5,86 \text{ m.}$

Wtedy zachodzą następujące związki:

- Przesunięcie zestawu kołowego w poprzek toru (wzór 1):

$$y_{L/2} = y_a$$

- Podniesienie środka ciężkości zestawu kołowego do góry (wzór 2):

$$z_{L/2} = z_a = \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (25)$$

a jego wartość wynosi:

$$z_a = \frac{0,016^2}{2 \cdot 28} = 0,0000045 \text{ m} = 0,0045 \text{ mm.}$$

- Kąt odchylenia osi zestawu kołowego od normalnej do kierunku toru (wzór 3):

$$\varphi_{L/2} = \varphi_a = 0$$

- Kąt nachylenia rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego do poziomu (wzór 4):

$$\psi_{L/2} = \psi_a = 0$$

- Kąt nachylenia osi zestawu kołowego do poziomu (wzór 5):

$$\varepsilon_{L/2} = \varepsilon_a = \frac{y_a}{l_{wah}} \quad (26)$$

Liczbowo wynosi to: $\varepsilon_a = \frac{0,0165}{28} = 0,00059 \text{ rad.}$

- Składowa przyspieszenia ziemskiego, prostopadła do kierunku toru (wzór 6):

$$a_{eL/2} = a_{ea} = \frac{y_a}{l_{wah}} \cdot g \quad (27)$$

Jej wartość wynosi:

$$\alpha_{ea} = \frac{0,0165}{28} \cdot 9,81 = 0,0058 \text{ rad.}$$

- Składowa przyspieszenia ziemskiego, styczna do trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego (wzór 7):

$$a_{\psi L/2} = a_{\psi a} = 0$$

- Składowa ciężaru zestawu kołowego, skierowana prostopadle do podłużnej osi symetrii toru (wzór 8):

$$P_{\varepsilon L/2} = P_{\varepsilon a} = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a}{l_{wah}} \quad (28)$$

Wartość m_{zk} wynosi ok. 1200 kg, $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$, $y_a \approx 0,016 \text{ m}$, $l_{wah} \approx 28 \text{ m}$. Zatem przybliżona wartość składowej będzie: $P_{\varepsilon L/2} = 1200 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,016}{28} = 6,7 \text{ N}$.

- Składowa ciężaru zestawu kołowego, skierowana stycznie do trajektorii jego środka ciężkości (wzór 9):

$$P_{\psi L/2} = P_{\psi a} = 0$$

- Przyrost energii potencjalnej zestawu kołowego (wzór 11):

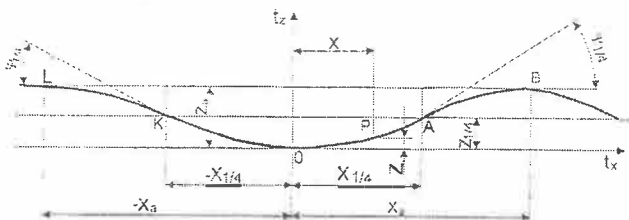
$$(\Delta E_{pot})_{L/2} = (\Delta E_{pot})_a = m_{zk} \cdot g \cdot \frac{y_a^2}{2l_{wah}} \quad (29)$$

Wartość tego przyrostu wynosi:

$$(\Delta E_{pot})_{L/2} = 1200 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,016^2}{2 \cdot 28} = 0,054 \text{ J}$$

6. Kształt rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego

Trajektoria środka ciężkości zestawu kołowego, rzucona na płaszczyznę pionową prostopadłą do osi poprzecznej toru, ma kształt przedstawiony na rys.3.



Rys.3. Kształt rzutu pionowego trajektorii środka ciężkości zestawu kołowego

7. Siła tarcia ślizgowego zestawu kołowego na torze, skierowana w poprzek toru

Siłę tę wyrażą zależność:

$$P_{tp} = \mu \cdot m_{zk} \cdot g \quad (30)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia; $\mu \approx 0,25$,
 m_{zk} – masa zestawu kołowego; $m_{zk} \approx 1000 \text{ kg}$,
 g – przyspieszenie ziemskie; $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Zatem przybliżona wartość siły P_{tp} wynosi:

$$P_{tp} = 0,25 \cdot 1000 \cdot 10 = 2500 \text{ N}$$

Wartość tej siły jest wielokrotnie większa, niż możliwa maksymalna wartość siły P_{ε} , wynosząca 6,7 N, określona wzorem (28).

Zatem zestaw kołowy nie może przesunąć się w poprzek toru ruchem kołyszącym, poza dwoma wyjątkowymi przypadkami, opisanymi poniżej:

1. Zestaw kołowy jest napędzany silnikiem, a siła pociągowa jest tak duża, że ślizga się on po torze jak tarcza szlifierska obracająca się z prędkością obrotową większą niż ta, jaka w danej chwili odpowiadałaby prędkości liniowej geometrycznego środka jego osi przy nieruchomych punktach styku kół z szynami. Taki poślizg nosi angielską nazwę „slipping” lub niemiecką „Schleuderwirkung”. W Polsce w czasach powszechnego stosowania parowozów taki poślizg określano w żargonie kolejarskim nazwą „buchowanie kół”. Obecnie wraz z odejściem parowozów zaginęło również to określenie.

Skrajnym przypadkiem slippingu jest takie zdarzenie, kiedy zestaw kołowy obraca się z dużą prędkością obrotową, a jego oś nie porusza się liniowo wzdłuż toru w ogóle.

Na kolejach całego świata w praktyce zaobserwowano zjawisko polegające na tym, że zestaw kołowy wykonujący slipping może bardzo łatwo przesunąć się w poprzek toru (oczywiście ruchem kołyszącym) aż do wyczerpania swego luzu w torze, pod wpływem przypadkowej, bardzo niewielkiej siły.

2. Zestaw kołowy jest hamowany silnikiem elektrycznym pracującym jako prądnica, a siła hamowania elektrodynamicznego jest tak duża, że ślizga się on po torze z prędkością obrotową mniejszą niż ta, jaka w danej chwili odpowiadałaby prędkości liniowej środka jego osi, przy nieruchomych punktach styku kół z szynami. Taki poślizg nosi angielską nazwę „skidding”. Skrajnym przypadkiem skiddingu jest takie zdarzenie, gdy zestaw kołowy nie obraca się w ogóle, lecz ślizga się wzdłuż toru jak klocek po ślizgawce. Oczywiście ten skrajny przypadek może wystąpić tylko wtedy, gdy w tramwaju hamulec elektrodynamiczny wywoła skidding, po czym indukcyjność silnika podtrzyma prąd hamowania, lub nawet spowoduje obracanie się zestawu kołowego w przeciwnym kierunku niż wynika to z kierunku jazdy, a wtedy samoczynnie załączy się hamulec elektrohydrauliczny tramwaju lub hamulec ze sprężynowym zasobnikiem energii i unieruchomi on w ogóle obracanie się zestawu kołowego (to często występuje w eksploatacji tramwajów).

Zestaw kołowy wykonujący skidding może również bardzo łatwo przesunąć się w poprzek toru (ruchem kołyszącym) pod wpływem przypadkowej, bardzo niewielkiej siły.

Oba te wyjątkowe przypadki nie są jednak ściśle związane z tematem niniejszej pracy, przeto je pominiemy.

8. Siła tarcia tocznego zestawu kołowego, skierowana wzdłuż toru

Orientacyjną wartość tej siły można przyjąć według wzoru stosowanego w technice warsztatowej

$$P_{tt} = \frac{f}{R} \cdot m_{zk} \cdot g \quad (31)$$

gdzie: f – współczynnik tarcia tocznego; $f = 0,00005$ m,
 R – promień koła; $R \approx 0,5$ m,
 m_{zk} – masa zestawu kołowego; $m_{zk} \approx 1200$ kg,
 g – przyspieszenie ziemskie; $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Tak więc przybliżona wartość siły P_{tt} będzie wynosić:

$$P_{tt} = \frac{0,00005}{0,5} \cdot 1000 \cdot 10 = 1 \text{ N}$$

Jest to znacznie większa siła niż maksymalna możliwa siła P_{Ψ} określona wzorem (22), wynosząca ok. 0,013 N.

Wobec tego zestaw kołowy nie może wykonywać samoczynnie żadnych ruchów wzdłuż trajektorii swego środka ciężkości. Dzieje się tak, ponieważ jest on zablokowany przez tarcie toczne, niezależnie od tego, czy jego środek ciężkości znajduje się na wierzchołku lub w dolinie, czy na stoku fali podskakiwania.

9. Praca tarcia obu kół na drodze poślizgów poosiowych występujących podczas wężykowania zestawu kołowego o stożkowych bieżniach kół w torze krawędziowym

Oś zestawu kołowego znajdującego się w położeniu środkowym w torze jest zawsze pozioma.

W chwili gdy zestaw kołowy osiąga amplitudę kołysania ϵ_a (a tym samym również amplitudę wężykowania y_a), rozstaw kregów tocznych wynosi (patrz [3], wzór (23)):

$$2b \cdot \cos \epsilon$$

Droga poślizgu wynosi zatem

$$\Delta s = 2b - 2b \cdot \cos \epsilon_a,$$

czyli

$$\Delta s = 2b \cdot 2 \sin^2 \frac{\epsilon_a}{2} = 4b \cdot \sin^2 \frac{\epsilon_a}{2}.$$

Ponieważ kąt ϵ_a jest mały, to $\sin \epsilon_a \approx \epsilon_a$ i powyższa zależność przyjmie postać

$$\Delta s = 4b \cdot \frac{\epsilon_a^2}{4} = b \cdot \epsilon_a^2.$$

Uwzględniając zależność wzór (52) z [3], otrzymamy

$$\Delta s = b \cdot \frac{\text{tg}^2 \delta_{ekw}}{b^2} \cdot y_a^2,$$

czyli

$$\Delta s = \frac{\text{tg}^2 \delta_{ekw}}{b} \cdot y_a^2.$$

Podstawiając tu wzór (49) z [3], otrzymamy

$$\Delta s = \frac{\text{tg} \delta_{ekw}}{l_{wah}} \cdot y_a^2,$$

czyli

$$\Delta s = \frac{y_a^2}{l_{wah}} \cdot \text{tg} \delta_{ekw}.$$

Uwzględniając zależność (65) z [3], otrzymamy

$$\Delta s = 2z_a \cdot \text{tg} \delta_{ekw} \quad (32)$$

Jej wartość wynosi:

$$\Delta s = 2 \cdot 0,0000045 \cdot 0,0254 = 0,00000023 \text{ m} = 0,00023 \text{ mm}$$

Ciężar zestawu kołowego można przedstawić jako: $m_{zk} \cdot g$.

Siła tarcia na obwodzie jednego koła wynosi:

$$T_1 = \mu \cdot \frac{m_{zk} \cdot g}{2} \quad (33)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia; $\mu = 0,2$,
 m_{zk} – masa zestawu kołowego; $m_{zk} = 1200$ kg,
 g – przyspieszenie ziemskie; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Zatem

$$T_1 = 0,2 \cdot \frac{1200 \cdot 9,81}{2} = 1177,2 \text{ N}$$

Praca tarcia zestawu kołowego na drodze poślizgów poosiowych podczas wychylenia tego zestawu z położenia środkowego w torze do amplitudy kołysania wynosi $L_{0-a} = T_1 \cdot \Delta s$.

Podstawiając tu (32) i (33), otrzymamy:

$$L_{0-a} = \mu \cdot \frac{m_{zk} \cdot g}{2} \cdot 2z_a \cdot \text{tg} \delta_{ekw}$$

czyli

$$L_{TO-a} = \mu \cdot \text{tg} \delta_{ekw} \cdot m_{zk} \cdot g \cdot z_a \quad (34)$$

Iloczyn ostatnich trzech wyrażeń jest równy przyrostowi energii potencjalnej zestawu kołowego, jaki wystąpił w wyniku przechylenia tego zestawu o kąt ϵ_a , czemu towarzyszyło uniesienie jego środka ciężkości o wielkość Z_a w górę. Zatem wzór (34) przyjmie postać

$$L_{TO-a} = \mu \cdot (\Delta E_{pot})_a \cdot \text{tg} \delta_{ekw} \quad (35)$$

Liczbowo wynosi to: $0,2 \cdot 0,054 \cdot 0,0254 = 0,00027 \text{ J}$.

Droga poślizgów Δs wystąpiła podczas przejścia zestawu kołowego od położenia odpowiadającego wierzchołkowi fali podskakiwania do położenia środkowego w torze (dolina fali podskakiwania), czyli w trakcie drugiej ćwiartki okresu kołysania (od pierwszej amplitudy kołysania do środkowego położenia zestawu kołowego w torze, przy czym kąt nachylenia osi zestawu kołowego do poziomu zmalał od ε_a do 0).

10. Praca tarcia obu kół na drodze poślizgów poosiowych występujących podczas wężykowania zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół na torze o wypukłych główkach szyn

Ze względu na to, że łączna droga poślizgów poosiowych podczas wężykowania zestawu kołowego o wklęsłych bieżniach kół na torze o wypukłych główkach szyn jest $\alpha_{\Delta d} = 11,1$ razy większa niż analogiczna droga poślizgów zestawu kołowego o bieżniach stożkowych na torze krawędziowym [4], to biorąc pod uwagę zależność (35) z niniejszej pracy oraz zależność (154) z pracy [4], wzór na pracę siły tarcia przyjmie następującą postać:

$$L_{\text{TO-a}} = \alpha_{\Delta d} \cdot \mu \cdot (\Delta E_{\text{pot}})_a \cdot \text{tg } \delta_{\text{ekw}} \quad (36)$$

Zakończenie

Ustalone wzory (35) i (36), ujmujące pracę tarcia, posłużą do badania tłumienia wężykowania zestawów kołowych. Zagadnienia te zostaną przedstawione w następnej części pracy.

Literatura

- [1] Gąsowski W., Lang R.: Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część I. Mechanika wężykowania zestawu kołowego. Pojazdy Szynowe, nr 2/1999
- [2] Gąsowski W., Lang R.: Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część II. Obliczenie krzywizn konturów bieżni koła i główki szyny kolejowej oraz wyznaczenie rzeczywistego położenia kręgow tarcz zestawu kołowego na torze. Pojazdy Szynowe, nr 3/1999
- [3] Gąsowski W., Lang R.: Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas torze. Część III. Obliczenia kinematyczne zestawu kołowego przesuniętego prostopadle do osi podłużnej toru. Zestaw kołowy o stożkowych bieżniach kół poruszających się po torze krawędziowym. Pojazdy Szynowe, nr 4/1999
- [4] Gąsowski W., Lang R.: Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część IV. Obliczenia kinematyczne zestawu kołowego przesuniętego prostopadle do osi podłużnej toru. Zestaw kołowy o wklęsłych bieżniach kół poruszających się po torze o wypukłych główkach szyn. Pojazdy Szynowe, nr 1/2000.
- [5] Gąsowski W., Lang R.: Kołysanie poprzeczne zestawu kołowego podczas wężykowania w torze. Część V. Ustalenie wzorów dla zestawu kołowego w położeniu środkowym w torze, obróconego o pewien kąt wokół linii pionowej przechodzącej przez jego środek ciężkości. Pojazdy Szynowe, nr 2/2000.