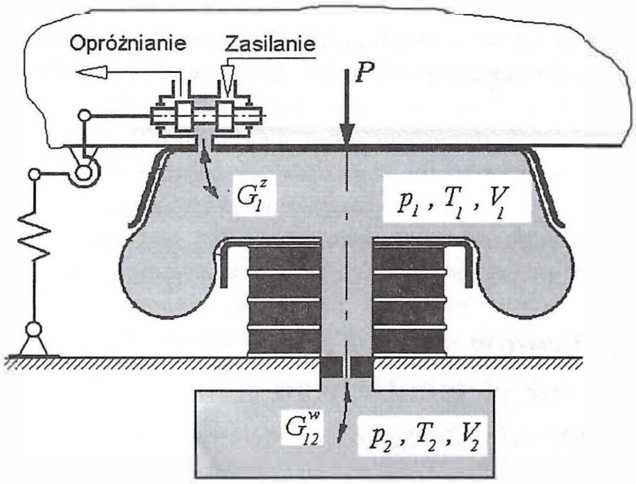
Dr hab. inż. Jacek Grajnert
Politechnika Wrocławska

Zawieszenia pneumatyczne pojazdów szynowych Część 2: Właściwości dynamiczne elementarnego układu zawieszenia pneumatycznego

Przedstawiono model matematyczny zawieszenia pneumatycznego uwzględniający dynamikę ciała sztywnego i stan termodynamiczny gazu zgromadzonego w kaskadzie pneumatycznej, którą tworzy komora elastyczna, komora sztywna (zbiornik dodatkowy), połączenie pneumatyczne (przewód) i układ regulacji (zawór poziomujący). Na podstawie tego modelu zbadano właściwości dynamiczne zawieszenia wynikające z warunków przepływu powietrza w obrębie kaskady.

1. Elementarne zawieszenie pneumatyczne – charakterystyka.

Rozważając zawieszenie pneumatyczne pojazdu można wyróżnić pewien powtarzający się moduł złożony ze sprężyny pneumatycznej oraz zaworu poziomującego, realizującego funkcję elementu regulacji i uzupełniania powietrza w sprężynie. Taki moduł zawieszenia nazwano elementarnym zawieszeniem pneumatycznym. Zostało ono pokazane na rys.1. Porównując przedstawione na rys.1 zawieszenie z układem pokazanym na rys.32 w pierwszej części tej pracy zauważa się, że typowy układ zawieszenia pojazdu szynowego tworzy zazwyczaj układ czterech układów elementarnych, powiązanych ze sobą w różny sposób pneumatycznie. Pozwala to na uzyskanie różnych właściwości układu zawieszenia jako całości np. przez kombinację układów połączeń pneumatycznych możliwe jest zrealizowanie dwu– trzy– lub czteropunktowego systemu podparcia nadwozia, czego przykłady pokazano w poprzedniej części pracy. Podstawą tych właściwości układu są jednakże właściwości zawieszenia elementarnego, który w omawianym przypadku składa się ze sprężyny pneumatycznej o jednej komorze elastycznej i jednej sztywnej oraz zaworu poziomującego, kompensującego ilość powietrza zgromadzonego w kaskadzie pneumatycznej sprężyny w funkcji odległości jej punktów mocowania górnego i dolnego. Ugięciu zawieszenia odpowiada przypadek zmniejszenia odległości między punktami mocowania, co powoduje obrót dźwigni sterującej i otwarcie przepływu między zbiornikiem zasilającym a sprężyną pneumatyczną. Powoduje to napełnienie kaskady powietrzem i unoszenie nadwozia aż do chwili, gdy odległość między górnym a dolnym punktem mocowania powróci do zadanej wartości. W przypadku gdy odległość między punktami mocowania wzrośnie (odpowiada to np. Przypadkowi, gdy z pojazdu wysiądą pasażerowie i zmniejszy się tym samym masa nadwozia) następuje obrót dźwigni sterującej w przeciwną stronę i połączenie sprężyny pneumatycznej z otoczeniem, a w rezultacie opróżnienie kaskady z powietrza. Opróżnianie z powietrza trwa do chwili, gdy odległość między punktami mocowania powróci do wartości zadanej. Taki system regulacji masy powietrza w sprężynie pneumatycznej często w literaturze np.[19,26] nosi nazwę kompensacji na stałą wysokość, gdyż zmiana masy nadwozia pojazdu (zmiana ładunku, ilości pasażerów) powoduje początkowo zmianę wysokości położenia nadwozia a następnie, w wyniku zadziałania układu regulacji, powrót na zadaną wysokość. W rozwiązaniach technicznych, stosowanych w pojazdach z powodów o których będzie mowa w dalszej części artykułu, zazwyczaj dokładność kompensacji wysokości jest zależna od celowo wprowadzonej strefy nieczułości zaworu poziomującego.



Rys.1. Elementarne zawieszenie pneumatyczne

Zastosowanie układu regulacji powoduje nie tylko powrót na zadaną wysokość nadwozia pojazdu, ale również powoduje zmianę masy powietrza zgromadzonego w sprężynie a tym samym zmianę sztywności sprężyny praktycznie proporcjonalnie do zmiany masy nadwozia (z dokładnością do stosunku ciśnienia absolutnego powietrza w sprężynie do nadciśnienia). Oznacza to, że układ regulacji dostosowuje właściwości sprężyny tak, aby zmiana masy nadwozia nie powodowała zmiany częstotliwości własnej układu. Jest to bardzo ważna zaleta zawieszeń pneumatycznych. Powoduje to jednakże i to, że charakterystyka sprężyny nie może być zdefiniowana w tradycyjnym sensie jako stosunek siły działającej do powodowanego przez tę siłę ugięcia. Konieczne jest wprowadzenie następującej definicji charakterystyki sprężyny:

Charakterystyka sprężyny pneumatycznej jest to funkcja wektorowa, określająca zależność między siłami uogólnionymi działającymi w wyróżnionych punktach brzegów (zwanych końcami sprężyny) a ciśnieniem w komorze elastycznej i jej powierzchnią czynną.

Charakterystyka ta jest opisana następującym równaniem:

$$\overline{P}_1 = \overline{S}_1^A \cdot (p_1 - p_a) \quad , \tag{1}$$

gdzie:

$\overline{P}_1$ – wektor (1x12) sił uogólnionych działających na sprężynę na brzegach związanych z nadwoziem i ramą wózka,

$\overline{S}_1^A$ – wektor (1x12) powierzchni czynnych komory elastycznej,

p_1 – ciśnienie absolutne powietrza w sprężynie pneumatycznej (ściślej w jej komorze elastycznej),

p_a – ciśnienie atmosferyczne.

Podstawą tej definicji jest pojęcie powierzchni aktywnej, którą wyznacza się na podstawie równań równowagi komory elastycznej. Po myślowym przecięciu powłoki dowolną płaszczyzną (rys. 2) otrzymuje się przekrój, w którym dokonuje się bilansu sił i momentów:

$$\overline{P} + \oint_L \overline{n}\, dL + (p_1 - p_a) \cdot \oiint_S \overline{s}\; dS = 0, \tag{2}$$

$$\overline{M} + \overline{z} \times \overline{P} + \oint_L \overline{r}_n \times \overline{n} \cdot dL + (p_1 - p_a) \cdot \oiint_S \overline{r}_s \times \overline{s} \cdot dS = 0$$

gdzie:

$\overline{s}$ – wektor jednostkowy prostopadły do płaszczyzny przekroju ,

$\overline{z}$ – 3###1 wektor wodzący opisujący względne translacyjne przemieszczenia górnego brzegu prowadzącego względem dolnego brzegu,

$\overline{M}$ – 3###1 wektor momentów działających na górny brzeg prowadzący,

$\overline{P}$ – 3###1 wektor sił działających na górny brzeg prowadzący,

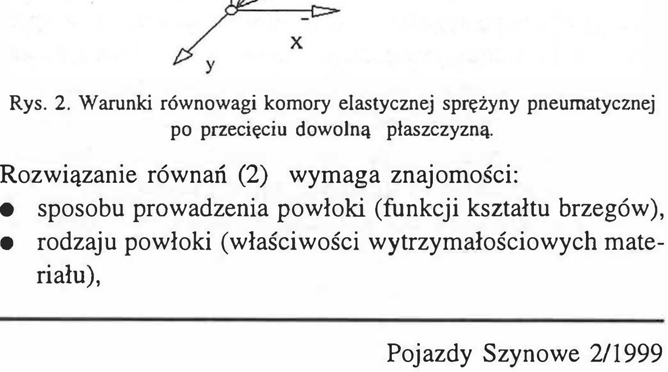
dL – element brzegu powłoki przeciętej płaszczyzną Π,

dS – element płaszczyzny Π ograniczonej przez brzeg powłoki,

$\overline{r}_s$ – promień-wektor elementu płaszczyzny Π,

$\overline{r}_n$ – promień-wektor elementu brzegu powłoki,

$\overline{n}$ – wektor napięcia powłoki,



Rys. 2. Warunki równowagi komory elastycznej sprężyny pneumatycznej po przecięciu dowolną płaszczyzną.

Rozwiązanie równań (2) wymaga znajomości:

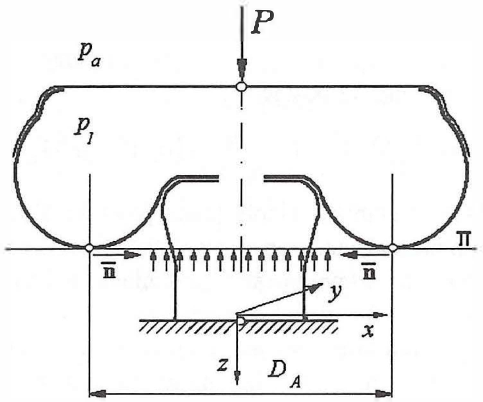
- sposobu prowadzenia powłoki (funkcji kształtu brzegów),
- rodzaju powłoki (właściwości wytrzymałościowych materiału),

- kształtu powłoki w różnych stanach obciążenia i odkształcenia,
- zmienności objętości ograniczonej powłoką w funkcji jej odkształcenia.

W prostych przypadkach obciążenia i odkształcenia komory zgodnie z jej osią symetrii (przy założeniu, że powłoka komory elastycznej jest osiowosymetryczna) można tak wybrać pomyślaną płaszczyznę przecięcia powłoki, aby bilans sił znacznie się uprościł (rys. 3).
W przypadku przedstawionym na rys. 3 równanie równowagi sił jest następujące [2]:

$$P = \frac{\pi}{4} D_A^2 (p_1 - p_a) \ , \tag{3}$$

gdzie:
D_A – średnica czynna komory elastycznej wyznaczana przez tę współrzędną równoleżnikową powłoki, dla której spełniony jest warunek, że wszystkie wektory napięcia powłoki są równoległe do pomyślanej płaszczyzny przekroju.



Rys. 3. Warunki równowagi powłoki obciążonej siłą zgodną z osią symetrii przy wyborze dowolnej płaszczyzny przekroju prostopadłej do osi symetrii i umieszczonej tak, aby wektory siły jednostkowej napięcia powłoki n były do niej równoległe

Średnica czynna wyznacza tzw. powierzchnię czynną (aktywną) sprężyny pneumatycznej

$$S^A = \frac{\pi}{4} D_A^2 \tag{4}$$

Pojęcie powierzchni czynnej (aktywnej), w podanym sensie, jest szeroko rozpowszechnione w praktyce i w przypadku osiowosymetrycznego obciążenia pozwala na określenie sztywności sprężyny w tym kierunku jako pochodnej siły po przemieszczeniu, które ta siła wywołuje.

$$k_z = \frac{dP}{dz} = \frac{dp_1}{dz} S^A + (p_1 - p_a) \frac{dS^A}{dz} \ , \tag{5}$$

gdzie:
P – pionowa siła działająca na komorę elastyczną,
z – współrzędna osiowa położenia górnego brzegu prowadzącego, na którą działa siła P
Jeżeli S^A = const, to sztywność komory jest następująca:

$$k_z = \frac{dp_1}{dz} \cdot S^A \tag{6}$$

W celu określenia pochodnej ciśnienia względem osiowego odkształcenia komory elastycznej sprężyny zakłada się politropowy charakter przemiany gazu podczas zmiany objętości i stałą masę powietrza zgromadzonego w sprężynie. Jest wtedy

$$\frac{dp}{dz} = \frac{n S^A p_1}{V_1} \ , \tag{7}$$

gdzie:
n – wykładnik politropy,
V_1 – objętość komory elastycznej.

W przypadku układu zawierającego dodatkowe komory sztywne jest:

$$k_z = \frac{n S^A p_1}{V_1 + \sum_{i=2}^{K} V_i} \tag{8}$$

V_i – objętość i–tej komory sztywnej,
K – liczba komór sztywnych współpracujących z komorą elastyczną.

Wzór (8) ma sens przy założeniu, że przepływ między komorami jest nieograniczony. W rzeczywistości zależności (7) i (8) wyznaczają graniczne sztywności układu, gdyż rzeczywista sztywność będzie zależała również od oporów pneumatycznych między komorami. Zagadnienie to jest zazwyczaj rozwiązywane przy założeniu politropowej przemiany gazu o stałym wykładniku politropy [14, 15, 20] i przy założeniu natężenia przepływu liniowo zależnego od różnicy ciśnień.

W znanych pracach na ten temat, począwszy od prac [15] i [20] po pracę [1], przyjmuje się znaczne uproszczenia, dążąc do prostego przedstawienia sprężyny za pomocą modelu fenomenologicznego. Przede wszystkim nie uwzględnia się energii cieplnej oddawanej na zewnątrz przez ścianki sprężyny pneumatycznej oraz wraz z powietrzem przez układ regulacji lub do innych sprężyn pneumatycznych. Problem ten jest powszechnie znany i omawiany w literaturze związanej z pneumatycznymi układami technologicznymi [4, 22, 23] oraz w automatyce [16, 17, 18]. Metody te powinny być również zastosowane w przypadku układów sprężyn pneumatycznych, jak to zrobiono np. w odniesieniu do pneumatycznych układów hamulcowych w pojazdach szynowych w pracy [25]. Sprężyna pneumatyczna może być traktowana w tym przypadku jak typowy siłownik pneumatyczny. Na przykład w pracy [24] sprężynę pneumatyczną, w ramach klasyfikacji elementów układu pneumatycznego, nazwano „siłownikiem mieszkowym". Zaletą takiego ujęcia jest również możliwość jednoczesnego uwzględnienia układu regulacji masy powietrza w sprężynie pneumatycznej i związanych z jego działaniem stanów przejściowych, które stanowią jeden z ważniejszych problemów w doborze parametrów układu. W znanych opracowaniach działanie układu regulacji rozważa się jako quasi–statyczne [19, 26] lub przyjmując fenomenologiczny model standardowy, jako model sprężyny i regulator całkowy [5, 7, 10, 13]. Zagadnienia te zostaną przedstawione dalej w oparciu o model przepływu powietrza między komorami, przedstawiony w pierwszej części artykułu (Pojazdy Szynowe Nr 1/1999).

2. Model elementarnego zawieszenia pneumatycznego

Jeżeli sprężyna jest odkształcana tylko zgodnie z osią symetrii, tzn. z, to wystąpi przypadek obciążenia, pokazany na rys. 3, a równowagę sprężyny określa znane równanie (3). Równanie to musi być uzupełnione równaniami opisującymi stan gazu w kaskadzie pneumatycznej. Równania te w postaci ogólnej przedstawiono w części pierwszej. Przyjmując zgodnie z rys.1 układ zawieszenia elementarnego jako układ dwukomorowy otrzymuje się (oznaczenia zgodnie z rys.1):

$$\dot{p}_1 = \frac{T_1 \cdot R}{V_1} \cdot \left(G_{12}^w - G_1^z\right) + \frac{p_1}{T_1} \cdot \dot{T}_1 - \frac{p_1}{V_1} \cdot \dot{V}_1 \; , \tag{9}$$

$$\dot{p}_2 = \frac{T_2 \cdot R}{V_2} \cdot G_{12}^w + \frac{p_2}{T_2} \cdot \dot{T}_2 \; , \tag{10}$$

gdy $p_1 \geq p_2$

$$\dot{T}_1 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \cdot \left[-p_1 \cdot \dot{V}_1 - R \cdot T_1 \cdot G_{12}^w + \left(c_p \cdot T_z - c_v \cdot T_1\right) G_1^z - \beta_1 \cdot \left(T_1 - T_0\right) \right] \; , \tag{11}$$

$$\dot{T}_2 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_2}{p_2 \cdot V_2} \cdot \left[\left(c_p T_1 - c_v T_2\right) \cdot G_{12}^w - \beta_2 \cdot \left(T_2 - T_0\right)\right] \; , \tag{12}$$

gdy $p_2 > p_1$

$$\dot{T}_1 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \left[-p_1 \cdot \dot{V}_1 - (c_p \cdot T_2 - c_v \cdot T_1) \cdot G_{12}^w + (c_p \cdot T_z - c_v \cdot T_1) \cdot G_1^z - \beta_1 \cdot (T_1 - T_0) \right], \tag{13}$$

$$\dot{T}_2 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_2}{p_2 \cdot V_2} \cdot \left[R \cdot T_2 \cdot G_{12}^w - \beta_2 \cdot \left(T_2 - T_0\right)\right] \; , \tag{14}$$

$$Tz = \begin{cases} T_0, & \text{gdy } G_1^Z > 0 \text{ napełnianie kaskady,} \\ T_1, & \text{gdy } G_1^Z \leq 0 \text{ opróżnianie kaskady.} \end{cases} \tag{15}$$

gdzie:

R – stała gazowa powietrza,

c_p – ciepło właściwe powietrza przy stałym ciśnieniu,

c_v – ciepło właściwe powietrza przy stałym objętości,

β_1 – współczynnik przekazywania ciepła.

W celu przedstawienia wpływu wymiany ciepła przez ścianki rozważono przypadek samej komory elastycznej bez zasilania. Wtedy równania (9), (10) i (13) są następujące:

$$\dot{p}_1 = \frac{p_1}{T_1} \cdot \dot{T}_1 - \frac{p_1}{V_1} \cdot \dot{V}_1 \; , \tag{16}$$

$$\dot{T}_1 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \cdot \left(-p_1 \cdot \dot{V}_1 - \beta_1 \cdot \left(T_1 - T_0\right)\right) \; , \tag{17}$$

Gdy izolacja powłoki komory elastycznej jest idealna, tzn. , otrzymuje się:

$$\dot{T}_1 = -\frac{\chi - 1}{V_1} \cdot T_1 \cdot \dot{V}_1 \; , \tag{18}$$

Po rozdzieleniu zmiennych i scałkowaniu jest:

$$T_1 = T_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\chi - 1} \tag{19}$$

oraz na podstawie (16):

$$\dot{p}_1 = -\frac{\chi \cdot \dot{V}_1}{V_1} \cdot p_1 \; . \tag{20}$$

Po ponownym scałkowaniu:

$$p_1 = p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\chi} \; . \tag{21}$$

Równanie (21) jest równaniem definicyjnym przemiany adiabatycznej.

Gdy przyjmie się całkowity brak izolacji powłoki komory elastycznej i wprowadzi założenie, że:

$$\beta_1 = \infty, \quad \text{stąd } \dot{T}_1 = 0 \; , \tag{22}$$

wówczas otrzymuje się równanie definiujące przemianę izotermiczną:

$$p_1 = p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_1}\right) \; . \tag{23}$$

W przypadku ogólnym, gdy $\beta_1 > 0$, równanie (16) może być przekształcone do postaci:

$$\dot{p}_1 = -\frac{\chi \cdot p_1}{V_1} \cdot \dot{V}_1 - \beta_1 \cdot \frac{T_0}{p_0 \cdot V_0} \cdot \left(p_1 \cdot V_1 - p_0 \cdot V_0\right) \; . \tag{24}$$

W praktyce wymiana ciepła przez powłokę komory elastycznej jest nieznaczna, wobec tego zakłada się, że przemiana powietrza w komorze jest przemianą politropową o wykładniku $n \approx 1{,}38$ ($\chi = 1{,}4$) (wg danych firmy Phoenix).

Przy założeniu braku wymiany ciepła przez ścianki sprężyny ($\beta_1 = 0$ i $\beta_2 = 0$) dokonując linearyzacji równań (16)÷(21), w sensie rozwinięcia w szereg Taylora i przyjęciu tylko wyrazów liniowych otrzymuje się:

$$\dot{p}_1 = -\frac{\chi \cdot T_0 \cdot R}{V_0} \cdot \left(G_{12}^w - G_1^z\right) - \frac{\chi \cdot p_0}{V_0} \cdot \dot{V}_1 \; , \tag{25}$$

$$\dot{p}_2 = \frac{\chi \cdot T_0 \cdot R}{V_2} \cdot G_{12}^w \; , \tag{26}$$

$$\dot{T}_1 = -\frac{(\chi - 1) \cdot T_0}{V_0} \dot{V}_1 - \frac{T_0^2 \cdot (\chi - 1) \cdot R}{p_0 \cdot V_0} \cdot \left(G_{12}^w - G_1^z\right) , \tag{27}$$

$$\dot{T}_2 = \frac{T_0^2 \cdot (\chi - 1) \cdot R}{p_0 \cdot V_2} \cdot G_{12}^w \; , \tag{28}$$

gdzie:

p_0 – ciśnienie absolutne powietrza w komorach elastycznej i sztywnej w położeniu równowagi statycznej,

T_0 – temperatura absolutna powietrza w kaskadzie w warunkach równowagi statycznej (równa temperaturze otoczenia).

V_0 – objętość komory elastycznej w położeniu równowagi statycznej ,

V_2 – objętość komory sztywnej.

Przyjęto zgodnie z typowymi rozwiązaniami technicznymi prawo zmienności objętości komory elastycznej:

$$V_1 = V_0(p_0) - D_1 \cdot z = D_1 \cdot (z_0 - z) \quad , \tag{29}$$

gdzie:

z – współrzędna określająca pionowe chwilowe ugięcie komory elastycznej mierzona od położenia równowagi,

z_o – umowna wysokość komory elastycznej w położeniu równowagi:

$$z_0 = \frac{V_0}{D_1} \; . \tag{30}$$

Po uwzględnieniu zależności (29) w równaniach (25) i (28):

$$\dot{p}_1 = -\frac{\chi \cdot T_0 \cdot R}{V_0} \cdot \left(G_{12}^w - G_1^z\right) + \frac{\chi \cdot p_0}{z_0} \cdot \dot{z} \quad , \tag{31}$$

$$\dot{T}_1 = \frac{(\chi - 1) \cdot T_0}{z_0} - \frac{T_0^2 \cdot (\chi - 1) \cdot R}{p_0 \cdot V_0} \cdot \left(G_{12}^w - G_1^z\right) \tag{32}$$

i uwzględniając równanie (1) w postaci:

$$P = P^0 + C_1 \cdot (p_0 - p_a) z + S^{A0} \cdot (p_1 - p_0) + S^{A0} \cdot (p_0 - p_a) \tag{33}$$

gdzie:

C1 – współczynnik zmienności powierzchni aktywnej prostopadłej do osi symetrii sprężyny.

otrzymuje się zlinearyzowane równania konstytutywne sprężyny pneumatycznej obciążonej zgodnie z osią symetrii .

Jeżeli masowe natężenie przepływu między komorami sprężyny pneumatycznej może być opisane liniową funkcją różnicy ciśnień w komorach:

$$G_{12}^w = g^w \cdot (p_1 - p_2) \quad , \tag{34}$$

gdzie:

g^w – współczynnik proporcjonalności natężenia przepływu do różnicy ciśnień,

to po dokonaniu podstawienia:

$$p_1 - p_0 = \frac{\chi \cdot p_0}{z_0} \cdot \left(z - z_p\right) + \frac{\chi \cdot T_0 \cdot R}{V_0} \cdot \int G_1^z \cdot dt \tag{35}$$

jest możliwe sprowadzenie równań konstytutywnych sprężyny do następującej prostej postaci:

$$k_z^p \cdot z - k_z^p \cdot z_p + k_z^g \cdot z + K_I \cdot \int G_1^z \cdot dt = P - P^0 \tag{36}$$

$$b \cdot \dot{z}_p + (1 + \lambda) \cdot k_z^p \cdot z - k_z^p \cdot z_p - K_I \cdot \int G_1^z \cdot dt = 0 \tag{37}$$

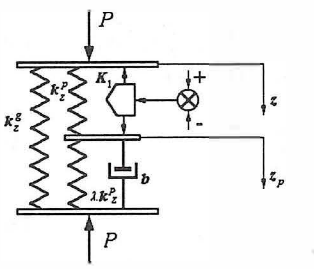
$$\lambda = \frac{V_0}{V_2} \quad , \tag{38}$$

gdzie:

K_I – wzmocnienie zaworu poziomującego, który zgodnie z równaniem (37) ma charakter członu całkującego.

P^0 – siła nacisku statycznego (siła odziaływująca na komorę elastyczną w położeniu równowagi).

Równania (36) i (37) przedstawiają model reologiczny z wewnętrznym członem całkowym. Postać tak zdefiniowanego członu, będącego modelem dwukomorowej sprężyny pneumatycznej z zasilaniem, przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Model reologiczny dwukomorowej sprężyny pneumatycznej z zasilaniem, obciążonej zgodnie z osią symetrii

Wprowadzone w równaniach (36) i (37) oraz na rys. 4 oznaczenia mają prostą interpretację fizyczną:

– sztywność pneumatyczna komory elastycznej

$$k_z^p = \frac{\chi \cdot p_0 \cdot D_1}{z_0} \; , \tag{39}$$

– sztywność geometryczna komory elastycznej

$$k_z^g = (p_0 - p_a) \cdot C_1 \quad , \tag{40}$$

– sztywność pneumatyczna komory sztywnej

$$\lambda \cdot k_z^p = \frac{\lambda \cdot \chi \cdot p_0 \cdot D_1}{z_0} \; , \tag{41}$$

– tłumienie pneumatyczne

$$b = \frac{p_0 \cdot D_1^2}{R \cdot T_0 \cdot g^w} \; , \tag{42}$$

– wzmocnienie zaworu poziomującego

$$K_I = \frac{\chi \cdot T_0 \cdot R}{z_0} \; , \tag{43}$$

– obciążenie statyczne komory elastycznej w położeniu równowagi

$$P^0 = S^{AO} \cdot (p_0 - p_a) \tag{44}$$

Jeżeli sprężyna nie ma układu zasilania, model sprowadza się do znanego w literaturze reologicznego modelu standardowego [13]. Taki model sprężyny pneumatycznej użył prawdopodobnie jako pierwszy Keizer [15] w 1960 roku, a nieco później Nishimura [20]. W pracach tych nie wyprowadzono jednakże podanych tutaj zależności, np. (42), które stanowią podstawę do obliczeń właściwości dynamicznych sprężyny. Model ten w sposób bardzo obrazowy pokazuje istotę tłumienia pneumatycznego uzyskiwanego w wyniku dławienia przepływu między komorą elastyczną a komorą sztywną. Jeżeli $b \to \infty$ (przepływ bardzo mały $g^w \to 0$), to wypadkowa sztywność pneumatyczna sprężyny:

$$k^p = k_z^p \quad , \tag{45}$$

jeżeli $b \to 0$ ($g^w \to \infty$), to

$$k^p = \frac{k_z^p \cdot \lambda k_z^p}{k_z^p + \lambda k_z^p} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot k_z^p \quad . \tag{46}$$

Interesujący jest przypadek układu dwóch komór elastycznych sprzężonych kinematycznie. Układ taki pokazano na rys. 5. Model takiej sprężyny, zwanej sprężyną różnicową, jest zgodny z rys. 4, z tą różnicą, że definicje poszczególnych sztywności składowych są inne:

$$k_z^p = \chi \cdot p_0 \cdot \left(\frac{D_1^2}{V_{10}} + \frac{D_2^2}{V_{20}}\right) \quad , \tag{47}$$

$$\lambda k_z^p = \chi \cdot p_0 \cdot \frac{(D_1 - D_2)^2 \cdot (D_1^2 \cdot V_{20} + D_2^2 \cdot V_{10})}{(D_1 \cdot V_{20} + D_2 \cdot V_{10})^2} , \quad (48)$$

$$k^p = \frac{\chi \cdot p_0 \cdot (D_1^2 - D_2^2)^2}{V_{10} + V_{20}} . \quad (49)$$

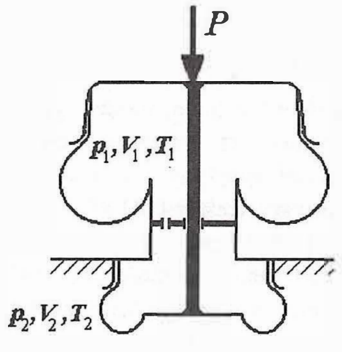
$$k^g = (p_o - p_a) \cdot (C_1 - C_2) \quad (50)$$

przy czym:

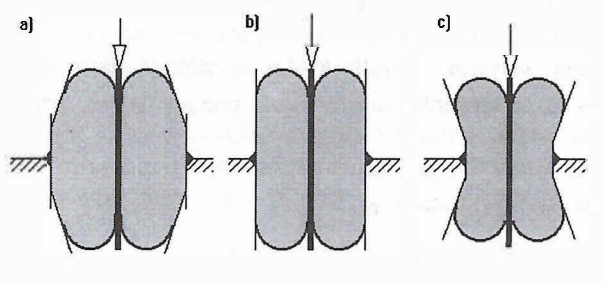
$$V_1 = V_{10} - D_1 \cdot z \quad (51)$$

$$V_2 = V_{20} + D_2 \cdot z \quad (52)$$

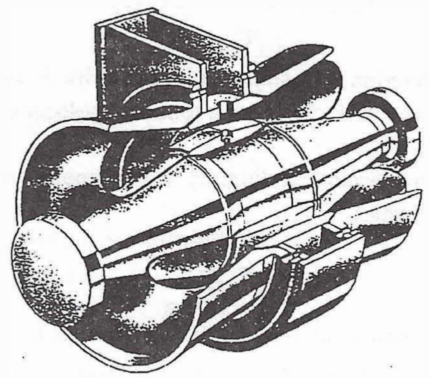
Sztywność pneumatyczna k^p wystąpi tylko wtedy, gdy występuje różnica powierzchni czynnych obu komór, a sztywność geometryczna k^g wystąpi tylko wówczas gdy komory zmieniają swoją powierzchnię czynną wg różnych funkcji. Na rys.6 przedstawiono schematycznie możliwe przypadki sprężyn różnicowych, w których stosując odpowiednią geometrię brzegów prowadzących uzyskano dodatnią, ujemną oraz zerową sztywność geometryczną. Na rys.7 pokazano przykład realizacji takiej sprężyny różnicowej o ujemnej charakterystyce zastosowanej w wagonie z wychylnym nadwoziem Neiko firmy SIG (Szwajcaria). W tym rozwiązaniu zastosowanie sprężyny o ujemnej (niestabilnej) charakterystyce pozwoliło na uzyskanie efektu wychylania nadwozia w łuku przy zastosowaniu biernego systemu układu zawieszenia, co oznacza, że realizacja zjawiska pożądanego wychylenia nadwozia w łuku nie wymaga dodatkowych nakładów energetycznych.



Rys. 5. Różnicowa sprężyna pneumatyczna



Ry.6. Przykłady różnicowych sprężyn pneumatycznych o różnej sztywności geometrycznej (jednocześnie w tym przypadku sztywności całkowitej): a) dodatniej, b) zerowej, c) ujemnej.



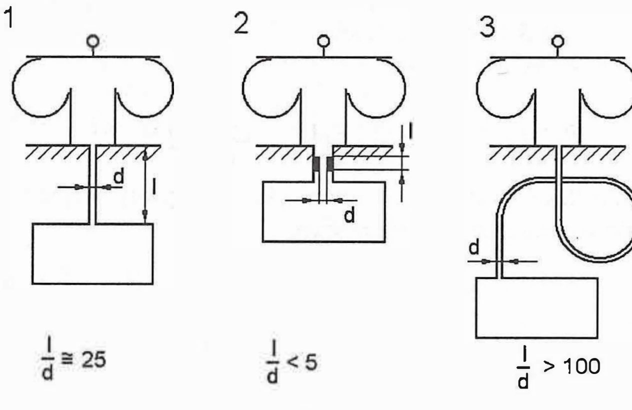
Rys. 7. Przykład sprężyny pneumatycznej różnicowej o ujemnej charakterystyce zastosowanej w systemie Neiko SIG [21].

3. Wpływ oporu pneumatycznego na przenoszenie drgań przez sprężynę pneumatyczną

W rozwiązaniach technicznych zwykle komora elastyczna połączona jest z komorą sztywną (zbiornikiem dodatkowym) przewodem o różnej długości i różnej średnicy. Powoduje to zróżnicowane warunki oporu przepływu. Z tego powodu wyróżnia się trzy podstawowe rodzaje połączeń (rys.8):

1) liniowe (opór typu kapilara),
2) nieliniowe (opór typu kryza),
3) bezwładne (połączenie typu linia długa).

W celu rozważenia właściwości układu zawieszenia elementarnego, wynikających z charakteru połączenia z komorą sztywną, omówiono dalej układ bez regulacji.



Rys. 8. Rodzaje połączeń komory elastycznej z komorą sztywną: 1) liniowe, 2) nieliniowe, 3) linia długa

3.1. Połączenie o charakterystyce liniowej.

W przypadku połączenia liniowego prawo przepływu przez opór pneumatyczny określone jest zależnością (34). Przypadek ten odpowiada oporowi typu kapilara, dla którego wprowadzony w równaniu (34) współczynnik proporcjonalności ma następującą interpretację [25]:

$$g^w = \frac{\pi \cdot d_0^3}{2 \cdot l \cdot \vartheta_M \cdot \lambda_M} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} . \quad (53)$$

Współczynnik proporcjonalności γ jest funkcją średnicy i długości kapilary oraz warunków przepływu określonych liczbą Reynoldsa R_e:

– przepływ laminarny:

$$\vartheta_M \le \frac{2300\nu}{d_0}, \tag{54}$$

$$\lambda_M = \frac{64}{R_e}, \tag{55}$$

$$R_e = \frac{\vartheta_M d_0}{\nu}, \tag{56}$$

– przepływ turbulentny:

$$\vartheta_M > \frac{2300\nu}{d_0}, \tag{57}$$

$$\lambda_M = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{R_e}}, \tag{58}$$

gdzie:

d_0 – średnica kapilary, [m],
l – długość kapilary, [m],
ϑ_M – średnia prędkość przepływu, [m/s],
ν – lepkość kinematyczna powietrza, [m/s^2],
λ_M – średni współczynnik tarcia,
R_e – liczba Reynoldsa.

Przyjęcie opisu przepływu zgodnie z równaniem (34) oznacza sprowadzenie opisu sprężyny pneumatycznej do modelu reologicznego standardowego, co pokazano w rozdz. 2. Opis ten jest dobrym przybliżeniem tylko w przypadku przepływów scharakteryzowanych liczbami Reynoldsa, istotnie mniejszymi od wartości 2300.

Rozwiązanie modelu układu nadwozie – sprężyna pneumatyczna dwukomorowa jest w tym przypadku następujące:

$$z = c_0 \cdot e^{-\mu_0 t} + \left(c_1 \cdot \cos\omega_1 t + c_2 \cdot \sin\omega_1 t\right) \cdot e^{-\mu_1 t}, \tag{59}$$

gdzie:

c_0, c_1, c_2 – stałe całkowania,
μ_0 – współczynnik relaksacji położenia równowagi,
μ – współczynnik tłumienia drgań,
ω – częstotliwość własna drgań tłumionych.

Współczynnik i częstotliwość określa się za pomocą parametrów sprężyny pneumatycznej:

$$\mu_1 = -\frac{1}{2}\left[\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{u}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{u}}\right] - \frac{1}{3}r, \tag{60}$$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{u}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{u}}\right] - \frac{1}{3}r, \tag{61}$$

gdzie:

$$u = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2, \tag{62}$$

$$p = s_2 - \frac{s_1^2}{3}, \tag{63}$$

$$q = \frac{2s_1^3}{27} - \frac{s_1 \cdot s_1}{3} + s_3, \tag{64}$$

$$s_1 = \frac{(1+\lambda)\varepsilon \cdot \omega_0^2}{2\delta_1}, \tag{65}$$

$$s_2 = \omega_0^2, \tag{66}$$

$$s_3 = \frac{(1+\lambda-\varepsilon)\,\varepsilon \cdot \omega_0^4}{2\delta_1}, \tag{67}$$

przy czym:

$$\omega_0^2 = \frac{k_z^p + k_z^g}{M}, \tag{68}$$

$$\delta_1 = \frac{\varepsilon \cdot \omega_0^2 \cdot V_0}{2 \cdot T_0 \cdot R \cdot S_1^{AO} \cdot \chi \cdot \gamma}\left(\frac{D_A}{d_0}\right)^2, \tag{69}$$

$$\varepsilon = \frac{k_z^p}{k_z^g + k_z^p}; \qquad \lambda = \frac{V_0}{V_2}. \tag{70}$$

Interpretacja współczynników ε i λ jest następująca:

ε – współczynnik udziału powłoki (sztywności geometrycznej) w całkowitej sztywności komory elastyczne,
λ – stosunek sztywności pneumatycznej komory elastycznej i komory sztywnej.

Na rysunkach 9, 10 i 11 pokazano wyniki obliczeń wartości względnego współczynnika tłumienia ϑ_1 w zależności od wybranych parametrów zawieszenia. Przyjęto następującą definicję względnego współczynnika tłumienia:

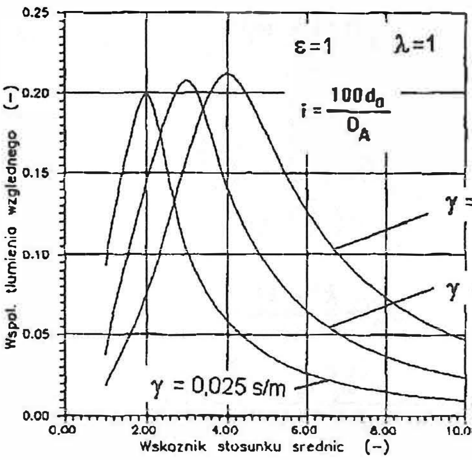
$$\vartheta_1 = \frac{\mu_1}{\omega_1}. \tag{71}$$

Z rysunków 9÷11 wynika, że:

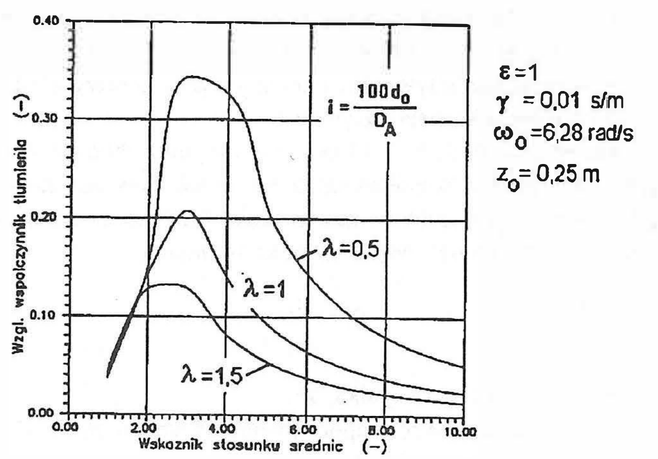
1. zmiana parametrów oporu pneumatycznego, np. długości l, wpływa tylko na przesunięcie wartości stosunku D_A/d_o, przy którym występuje maksymalne tłumienie, lecz nie ma wpływu na wartość współczynnika tłumienia,
2. zwiększenie objętości komory sztywnej zwiększa wartość współczynnika tłumienia,
3. im mniejsza jest sztywność geometryczna powłoki, tym większa jest możliwa wartość współczynnika tłumienia.

Z pokazanych na rys. 9 i 10 wykresów wynika, że największy współczynnik tłumienia uzyskuje się przy następującym stosunku średnicy czynnej komory elastycznej do średnicy oporu pneumatycznego:

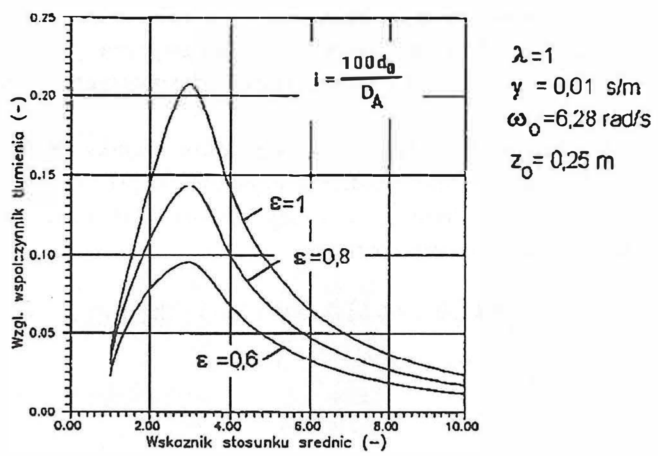
$$\frac{D_A}{d_0} = (50 \cdot \gamma + 0{,}5) \cdot (3{,}8 \cdot \lambda^2 + 3{,}8 \cdot \lambda + 25{,}7). \tag{72}$$



Rys. 9. Zależność współczynnika tłumienia ϑ_I od stosunku średnicy czynnej D_A komory elastycznej do średnicy oporu pneumatycznego d_O oraz współczynnika przepływu γ.



Rys. 10. Wpływ objętości komory sztywnej na współczynnik tłumienia ϑ_1



Rys. 11. Wpływ udziału powłoki (współczynnika ε) na współczynnik tłumienia ϑ_1.

3.2. Połączenie o charakterystyce nieliniowej.

W przypadku gdy przepływ przez opór pneumatyczny jest nieliniowy, natężenie masowe przepływu opisane jest zależnością Saint–Venanta–Wantzela:

Przypadek 1

$p_1 \geq p_2$ i $\frac{p_2}{p_1} \geq 0,528$

$$G_{12}^{w} = \psi \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\chi}{\chi-1} \frac{p_1^2}{T_1 \cdot R} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\chi}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\chi+1}{\chi}} \right]}, \tag{73}$$

$\frac{p_2}{p_1} < 0,528$

$$G_{12}^{w} = \psi \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\chi}{\chi-1} \frac{1}{T_1 \cdot R}} \cdot p_1, \tag{74}$$

Przypadek 2

$p_1 < p_2$ i $\frac{p_1}{p_2} \geq 0,528$

$$G_{12}^{w} = -\psi \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\chi}{\chi-1} \frac{p_2^2}{T_2 \cdot R} \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{2}{\chi}} - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\chi+1}{\chi}} \right]}, \tag{75}$$

$\frac{p_2}{p_1} < 0,528$

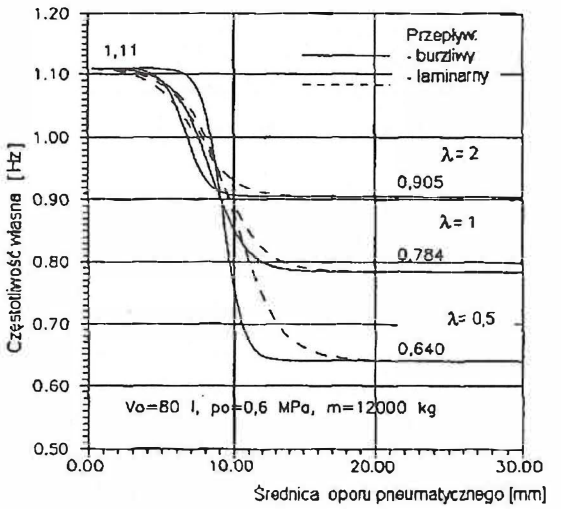
$$G_{12}^{w} = -\psi \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\chi}{\chi-1} \frac{1}{T_2 \cdot R}} \cdot p_2, \tag{76}$$

gdzie:

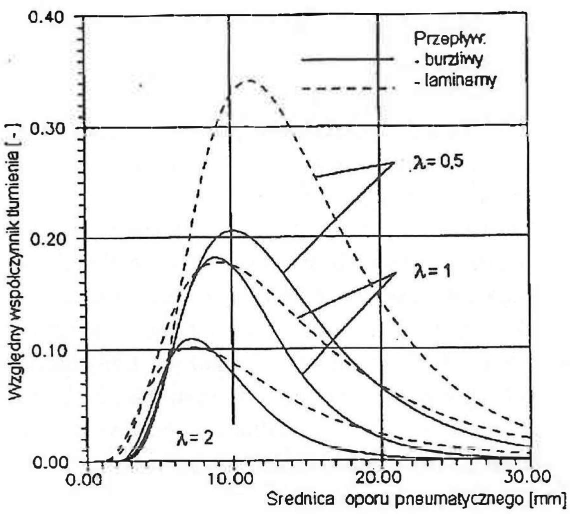
- $p1$ – ciśnienie absolutne w komorze elastycznej,
- $p2$ – ciśnienie absolutne w komorze sztywnej,
- $T1$ – temperatura absolutna powietrza w komorze elastycznej,
- $T2$ – temperatura absolutna powietrza w komorze sztywnej,
- R – stała gazowa powietrza,
- d_o – średnica oporu pneumatycznego (kryzy),
- χ – wykładnik adiabaty,
- ψ – współczynnik oporów przepływu.

Rodzaj oporu pneumatycznego i jego charakterystyka przepływowa decydują o właściwościach tłumiących sprężyny pneumatycznej. Zgodnie z przedstawionym w rozdz. 2 modelem uproszczonym, którego rozwiązanie jest dane równaniem (59), przepływ przez opór decyduje o stałych tłumienia μ_o, μ_1 (ϑ_1) i częstotliwości własnej ω_1. Na rysunkach 12 i 13 przedstawiono charakterystyki częstotliwości własnej ω_1 i względnego współczynnika tłumienia ν_1 uzyskane dla przykładowej sprężyny pneumatycznej I rzędu, odpowiadającej geometrycznie sprężynie $1A_0116$ firmy Phoenix. Użyte dane są następujące: $V_I(0) = V_0 = 80$ l, $p_0 = 0,6$ MPa, masa obciążająca $M = 12\ 000$ kg. Pokazane przebiegi w przypadku liniowym wyznaczono na podstawie zależności (60) i (61), natomiast w przypadku nieliniowym na podstawie symulacji numerycznej przy użyciu opisu przepływu wg równań (73)÷(76), przy wymuszeniu drgań własnych warunkiem początkowym $\dot{z}(0) = 0,25$ m/s.

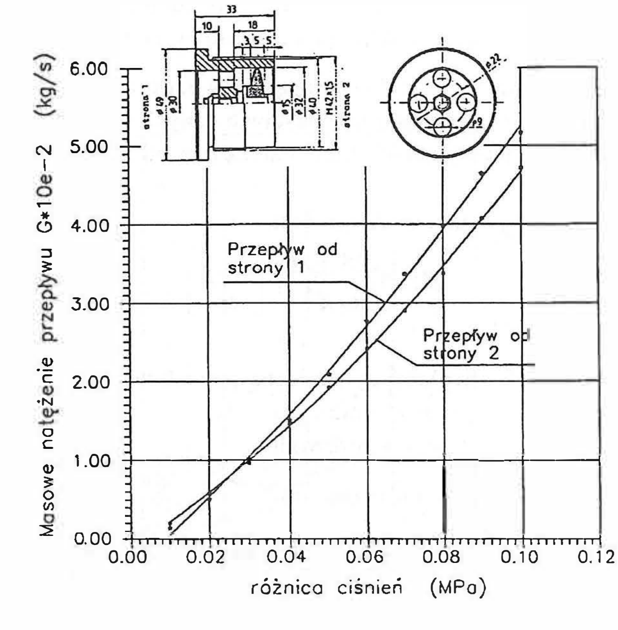
Przedstawione na rysunkach 12 i 13 charakterystyki pokazują, że liniowy opór pneumatyczny, zwłaszcza w przypadku dużej objętości komory sztywnej, wpływa korzystniej na właściwości tłumiące sprężyny pneumatycznej niż opór nieliniowy. Jest to przede wszystkim istotne przy małych amplitudach wymuszenia drgań, dlatego firmy produkujące układy zawieszeń pneumatycznych proponują różnego rodzaju specjalne konstrukcje oporów pneumatycznych, których charakterystyki przepływowe są w przybliżeniu liniowe. Przykład takiej konstrukcji firmy SAGA i zmierzoną charakterystykę przepływową pokazano na rys.14 [8]. W celu stwierdzenia wpływu nieliniowości przepływu przez opór pneumatyczny na charakterystykę przenoszenia drgań przez układ nadwozie –sprężyna pneumatyczna wykonano obliczenia symulacyjne przedstawionego przypadku dla różnych amplitud wymuszenia kinematycznego. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 15.



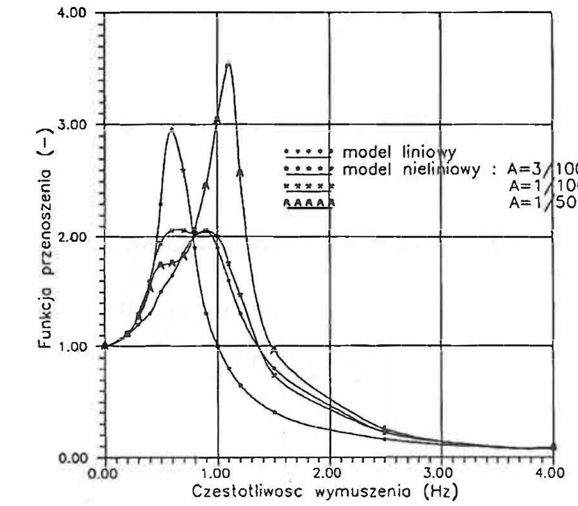
Rys. 12. Wpływ średnicy oporu pneumatycznego na częstotliwość własną ω_I układu punkt nadwozie – sprężyna pneumatyczna dwukomorowa; $\lambda = V_0/V_2$



Rys. 13. Wpływ średnicy oporu pneumatycznego na względny współczynnik tłumienia υ_I układu punkt nadwozie – sprężyna pneumatyczna dwukomorowa; $\lambda = V_0/V_2$



Rys. 14. Przykład konstrukcji oporu pneumatycznego firmy SAGA i jego zmierzona charakterystyka przepływowa [8]



Rys. 15. Funkcja przenoszenia w zależności od amplitudy wymuszenia kinematycznego o postaci $A \cdot \sin(\Omega \cdot t)$

3.3. Połączenie typu linia długa.

W przypadku połączenia komory elastycznej z komorą sztywną przez przewód długi konieczne jest uwzględnienie bezwładności powietrza zgromadzonego w przewodzie. W pracy [9], na podstawie metody podanej w pracy [11], zaproponowano metodę opisu zjawisk dynamicznych w układzie: komora elastyczna – przewód długi – komora sztywna. Przyjęto, że przewód długi stanowi liniowy element inercyjny trzeciego rzędu. Przy tym założeniu stosunek ciśnień w komorze sztywnej i komorze elastycznej jest opisany następującą funkcją operatorową:

$$H(s)=\frac{p_2(s)}{p_1(s)}=\frac{1}{\tau_3\cdot s^3+\tau_2\cdot s^2+\tau_1\cdot s+1}, \tag{77}$$

gdzie: τ_{123} – stałe czasowe opisujące dynamikę linii długiej. Opisany funkcją (77) układ przedstawiono na rys. 8.3.

Stałe czasowe τ_i (i = 1(1)3) mogą być wyznaczone doświadczalnie lub obliczeniowo na podstawie danych termodynamicznych i geometrycznych linii. Zależą one od następujących czynników:

a) oporu pneumatycznego linii:

$$R_0 = \frac{128 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot d^4}, \left[\frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m}}\right], \tag{78}$$

gdzie:

η – lepkość dynamiczna powietrza,
l – długość linii,
d – średnica przewodu.

b) pojemności pneumatycznej linii:

$$C = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l}{4 \cdot \chi \cdot p_0}, \left[\frac{\mathrm{m^5}}{\mathrm{N}}\right], \tag{79}$$

c) pojemności pneumatyczne komory sztywnej:

$$C_0 = \frac{V_2}{\chi \cdot p_0}, \left[\frac{\mathrm{m^5}}{\mathrm{N}}\right], \tag{80}$$

d) inertancji linii:

$$L = \frac{4 \cdot l \cdot \rho}{\pi \cdot d^2}, \left[\frac{\mathrm{N \cdot s^2}}{\mathrm{m^5}}\right], \tag{81}$$

gdzie:

ρ – gęstość powietrza przy średnim ciśnieniu .

Zależności określające stałe czasowe są następujące [11]:

$$\tau_1 = R_0 \cdot C \cdot \left(0{,}5 + \frac{C_0}{C}\right), \ [\mathrm{s}], \tag{82}$$

$$\tau_2 = C \cdot L \cdot \left(0{,}5 + \frac{C_0}{C}\right) + R_0^2 \cdot C^2 \cdot \left(0{,}042 + \frac{C_0}{6 \cdot C}\right), \ [\mathrm{s^2}], \tag{83}$$

$$\tau_3 = R_0 \cdot C^2 \cdot L \cdot \left(0{,}042 + \frac{C_0}{6 \cdot C}\right) + R_0^3 \cdot C^3 \cdot \left(0{,}0014 + \frac{C_0}{120 \cdot C}\right), \ [\mathrm{s^3}], \tag{84}$$

Przedstawiony układ dynamiczny (po zlinearyzowaniu) charakteryzuje się dwoma częstotliwościami własnymi w zależności od oporu stawianego przez linię długą.
W przypadku bardzo dużego oporu linii, np. d → 0, jest:

$$\omega_0^2 = \frac{M}{k_0}; \qquad k_0 = \frac{\chi \cdot p_0 \cdot S_1^2}{V_0} \tag{85}$$

lub gdy opór linii jest znikomo mały, np d → ∞, jest:

$$\omega_1^2 = \frac{M}{k_1}; \qquad k_1 = \frac{\chi \cdot p_0 \cdot S_1^2}{V_0 + V_2} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{\chi \cdot p_0 \cdot S_1^2}{V_0} \tag{86}$$

Do oceny stałych czasowych τ_i (i = 1(1)3) i ich wpływu na układ wygodnie jest posłużyć się ich wartościami unormowanymi odniesionymi do okresu drgań własnych $\tau_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$:

$$\gamma_i = \tau_i \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{\tau_0}\right)^i; \qquad i = 1(1)3 \ . \tag{87}$$

Wyrażając ponadto częstotliwość wymuszenia jako wartość względną odniesioną do częstotliwości własnej :

$$\delta = \frac{\omega}{\omega_0}, \tag{88}$$

uzyskuje się następującą transmitancję widmową omawianej kaskady pneumatycznej:

$$H_k(i \cdot \omega) = \frac{x(i \cdot \omega)}{\xi(i \cdot \omega)} = \frac{(D_3 \cdot D_1 + D_4 \cdot D_2) + (D_4 \cdot D_1 + D_2 \cdot D_3) \cdot i}{D_1^2 + D_2^3}, \tag{89}$$

gdzie:

$$D_1 = 1 - \frac{1+\lambda}{\lambda} \cdot \delta^2 - \gamma_2 \cdot (1 - \delta^2) \cdot \delta^2, \tag{90}$$

$$D_2 = \delta \cdot (1 - \delta^2) \cdot (\gamma_1 - \gamma_3 \cdot \delta^2), \tag{91}$$

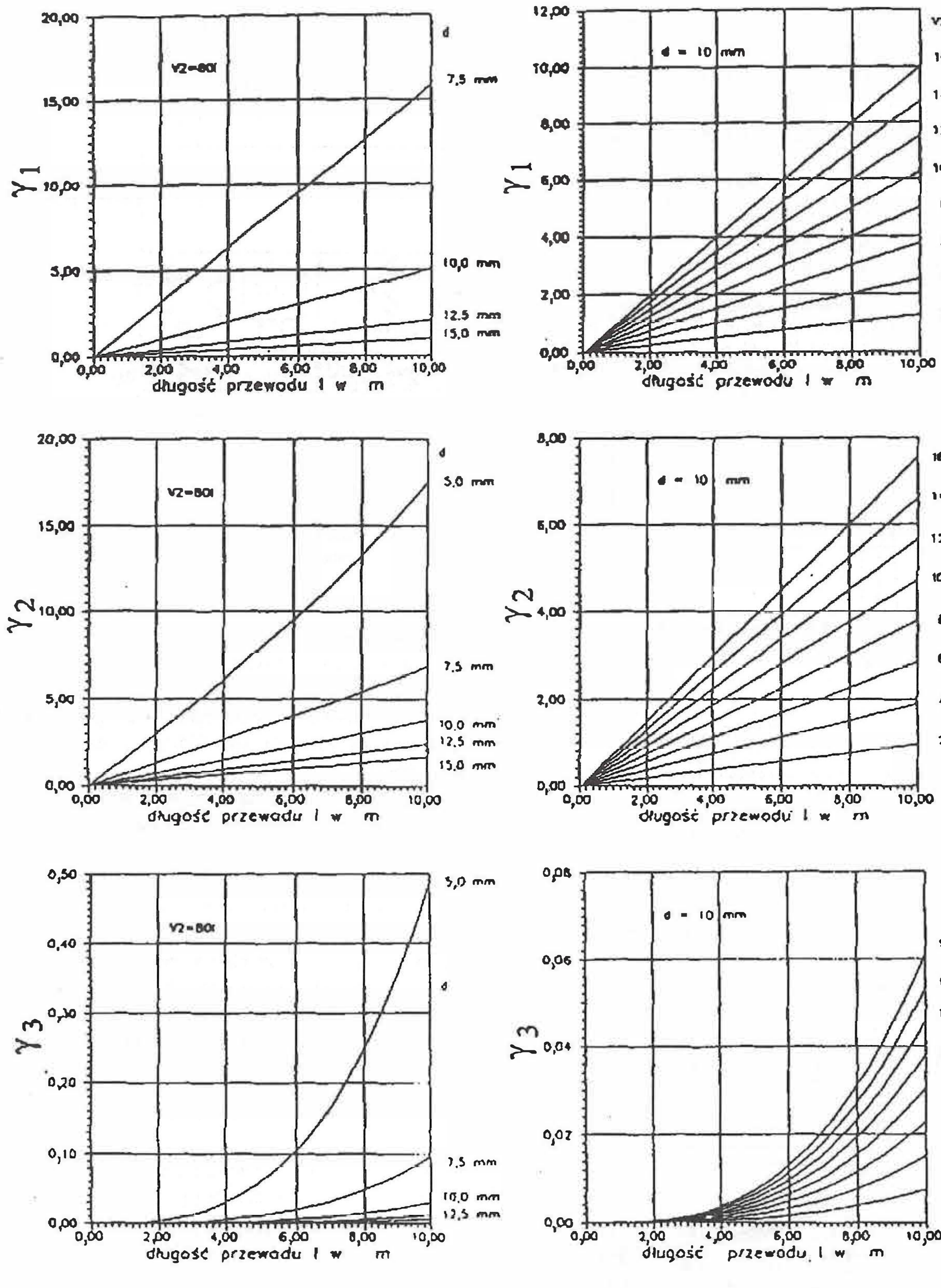
$$D_3 = 1 - \gamma_2 \cdot \delta^2, \tag{92}$$

$$D_4 = \delta \cdot (\gamma_1 - \gamma_3 \cdot \delta^2) \ . \tag{93}$$

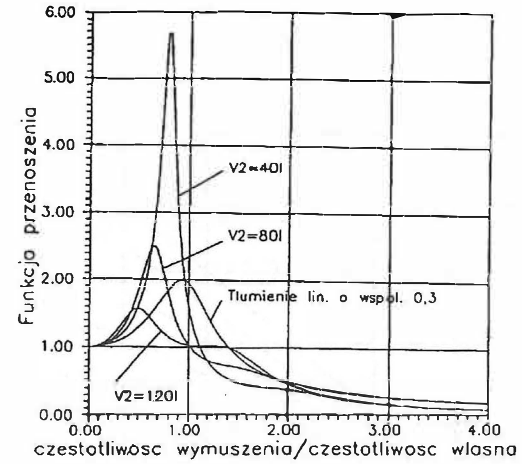
Na rysunku 16 przedstawiono względne stałe czasowe γ w zależności od długości linii l, średnicy przewodu d oraz wielkości komory sztywnej wyznaczone dla przypadku, gdy statyczne ciśnienie w kaskadzie wynosi p_0 = 0,5 MPa. Przyjęta wartość ciśnienia w kaskadzie odpowiada ciśnieniom stosowanym w układach zawieszeń pneumatycznych pojazdów, przyjęta wartość objętości początkowej komory elastycznej V_0 = 80 l jest charakterystyczna dla sprężyn pneumatycznych pojazdów szynowych.

Na podstawie zależności (77) można ocenić wpływ linii długiej na przenoszenie drgań podstawy na bryłę materialną współpracującą z komorą elastyczną. Na rysunku 17 przedstawiono przebieg transmitancji H_k (funkcji przenoszenia) dla d = 0,01 m, l = 2 m, V_0 = 80 l oraz trzech objętości komory sztywnej: V_2 = 40, 80 160 l (odpowiednio (λ = 2; 1; 0,5). Jednocześnie dla porównania pokazano funkcję przenoszenia układu z tłumikiem wiskotycznym o względnym współczynniku tłumienia ϑ = 0,3.

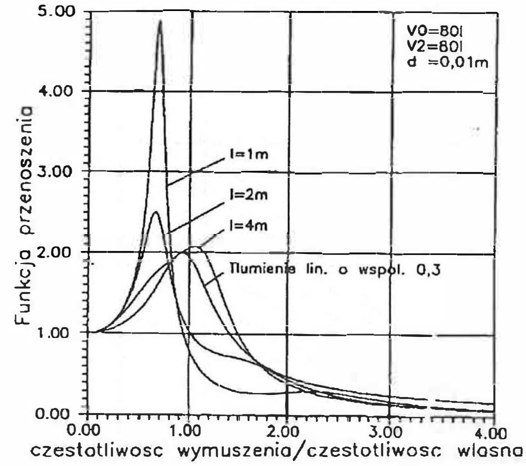
Przedstawiony wykres (rys. 17) wskazuje, że możliwe jest uzyskanie mniejszych wartości maksymalnych funkcji przenoszenia niż wartości odnotowane dla układu z tłumikiem wiskotycznym, charakteryzującym się względnym tłumieniem ϑ = 0,3. Na rysunku 18 pokazano transmitancję H_k dla różnych długości przewodu, a na rysunku 19 dla różnych jego średnic oraz tak jak poprzednio dla porównania funkcję przenoszenia układu z tłumikiem wiskotycznym o względnym współczynniku tłumienia ϑ = 0,3.



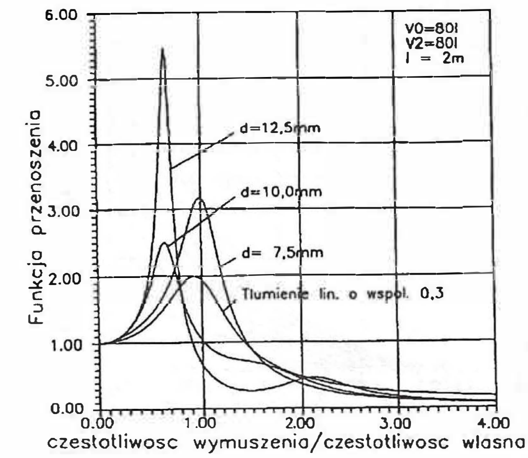
Rys. 16. Zależność względnych stałych czasowych linii długiej γ_i od długości linii, średnicy oraz objętości komory sztywnej



Rys. 17. Funkcja przenoszenia drgań dla kaskady: p_0 = 0,5 MPa, V_0 = 80 l, S_1 = 0,2 m, d = 0,01 m, l = 2 m; komory sztywne: V_2 = 40, 80, 160 l;



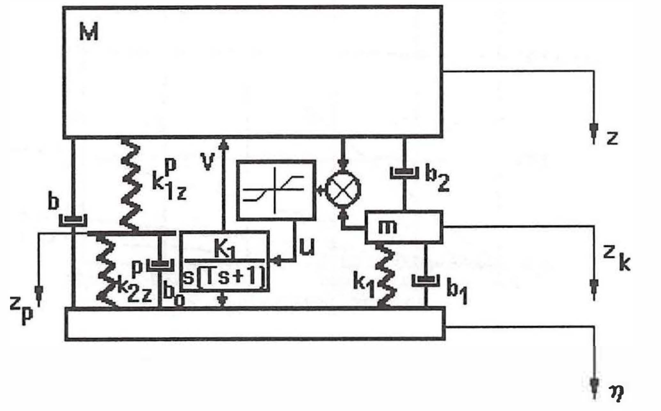
Rys. 18. Funkcja przenoszenia drgań dla kaskady: p_0 = 0,5 MPa, V_0 = 80 l, V_2 = 80 l, S_1 = 0,2 m, d = 0,01 m, długość przewodu: l = 1; 2; 4 m.



Rys. 19. Funkcja przenoszenia drgań dla kaskady p_0 = 0,5 MPa, V_0 = 80 l, V_2 = 80 l, S_1 = 0,2 m, l = 0,2 m, średnice przewodu: d = 0,0075, 0,01, 0,0125 m.

4. Wpływ układu regulacji na stateczność elementarnego zawieszenia pneumatycznego.

Najprostszy układ regulacji pokazany na rys.1 oparty jest na zasadzie członu całkowego użytego w pętli sprzężenia zwrotnego. Sprzężenie to dotyczy zazwyczaj zadanej odległości położenia nadwozia i ramy wózka. Schemat takiego układu pokazano na rys.20 [7].



Rys.20. Model elementarnego zawieszenia pneumatycznego z układem regulacji typu całkowego z nieliniową charakterystyką statyczną

Występujący na rys.20 człon całkujący w układzie technicznym nazywany jest zaworem poziomującym. Ma on zazwyczaj nieliniową charakterystykę natężenia przepływu w funkcji kąta obrotu dźwigni sterującej. Odpowiada to względnemu przemieszczeniu nadwozia (gdzie zazwyczaj zamocowany jest zawór) i ramy wózka, podzielonemu przez długość dźwigni.

Przykład zmierzonej charakterystyki przepływowej typowego zaworu poziomującego, stosowanego w autobusach, pokazano na rys. 21 [8]. Istotnymi cechami tej charakterystyki jest strefa martwa, strefa w przybliżeniu proporcjonalnego natężenia przepływu oraz strefa nasycenia.

Zakładając (jak w rozdz. 2), że przemieszczenia nadwozia i ramy wózka, związanych z komorą elastyczną, oraz dodatkowego ciała związanego z układem regulacji są możliwe tylko zgodnie z kierunkiem odpowiadającym osi symetrii sprężyny, masowe natężenie przepływu przez zawór poziomujący jest wtedy funkcją:

$$G^z = f\left(z - \left(\eta \vee z_k\right)\right) \quad , \qquad (94)$$

gdzie:

z – przemieszczenie pionowe nadwozia,
η – przemieszczenie pionowe ramy wózka,
z_k – przemieszczenie pionowe masy umieszczonej na dźwigni sterującej.

Przyjmując za pracą [7] przybliżenie funkcji natężenia przepływu przez zawór jako funkcję składającą się z odcinków prostych, charakterystyka statyczna jest następująca:

$$G^z = \begin{cases} G^{zn} & z-\eta > a_2, \\ \dfrac{G^{zn}}{a_2-a_1}(z-\eta-a_1) & a_2 \geq z-\eta > a_1, \\ 0 & a_1 \geq z-\eta \geq -a_1, \\ \dfrac{G^{zn}}{a_2-a_1}(z-\eta+a_1) & -a_1 > z-\eta \geq -a_2, \\ -G^{zn} & -a_2 > z-\eta. \end{cases} \tag{95}$$

Dynamiczne równanie przepływu określa równanie różniczkowe definiujące człon całkowy z inercją:

$$\tau \cdot \dot{G}^z + G^z = \mathcal{J}(A)\cdot g_z \cdot (z-\eta) \quad , \tag{96}$$

gdzie:

τ – stała czasowa opóźnienia zaworu poziomującego,

$\mathcal{J}(A)$ – funkcja opisująca (uzyskana na podstawie linearyzacji harmonicznej),

oraz

$$g_z = \frac{G^{zn}}{a_2-a_1} \quad . \tag{97}$$

Równanie (96) jest równaniem zlinearyzowanym przy użyciu metody funkcji opisującej [12] (linearyzacji harmonicznej). Na podstawie zlinearyzowanej postaci modelu sprężyny pneumatycznej z układem regulacji wyznaczono warunek stateczności, ze względu na wzmocnienie względne $\mathcal{K}_1$ zaworu poziomującego:

$$\mathcal{K}_1 < \frac{2\cdot\tau\cdot\vartheta\cdot\omega_z + \tau^2\cdot\omega_z^2 + 1}{(2\cdot\tau\cdot\vartheta\cdot\omega_z+1)^2}\cdot\frac{\vartheta}{\mathcal{J}(A)} \quad , \tag{98}$$

gdzie:

$$\omega_z^2 = \frac{k_1^P}{m} \quad , \tag{99}$$

$$\vartheta = \frac{b}{2\cdot\omega_z\cdot m} \quad , \tag{100}$$

zatem

$$\mathcal{K}_1 = \frac{K_1\cdot g_z}{2\cdot\omega_z^3\cdot m} \quad . \tag{101}$$

Funkcja opisująca *J(A)*, zgodnie z jej definicją podaną np. w [12], jest zależna od amplitudy drgań i w przypadku charakterystyki przedstawionej na rys.22 ma postać następującą:

1. $A < a_1$

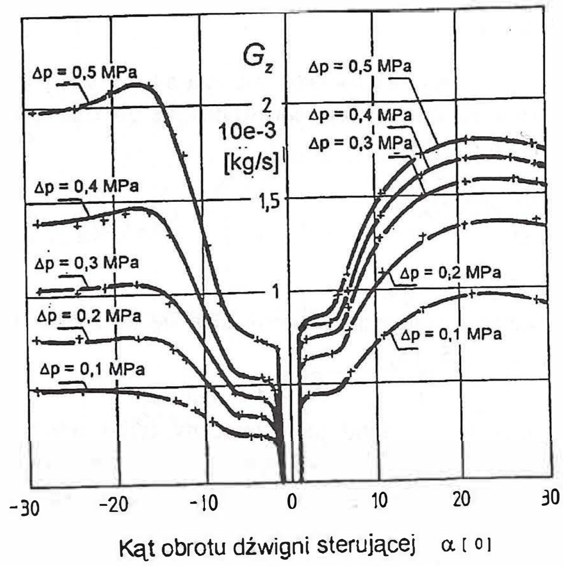
$$J(A) \equiv 0 \quad . \tag{102}$$

2. $a_1 \leq A < a_2$

$$J(A) = G^{zn}\cdot\left[1-\frac{2}{\pi}\cdot\left(\arcsin\frac{a_1}{A}+\frac{a_1}{A}\sqrt{1-\left(\frac{a_1}{A}\right)^2}\right)\right] \tag{103}$$

3. $(a_1+a_2) \leq A$

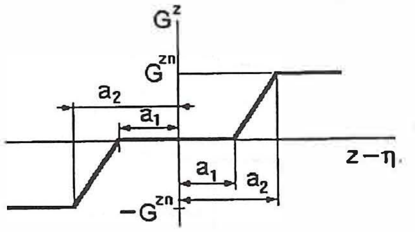
$$J(A) = \frac{G^{zn}}{\pi}\cdot\left(\arcsin\frac{a_2}{A}+\frac{a_2}{A}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{a_2}{A}\right)^2}-\arcsin\frac{a_1}{A}-\frac{a_1}{A}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{a_1}{A}\right)^2}\right) \tag{104}$$



Rys. 21. Charakterystyka statyczna masowego natężenia przepływu przez zawór poziomujący typu Wabco–Westinghouse 464002 w funkcji kąta obrotu dźwigni sterującej α i różnicy ciśnień na wejściu i wyjściu Δp [8]

przy czym:

$$A = \left|\frac{z-\eta}{2}\right| \quad \text{oraz} \quad \mathcal{J}(A) = \frac{J(A)}{G^{zn}} \tag{105}$$



Rys. 22. Przybliżenie funkcji statycznego natężenia przepływu przez zawór poziomujący.

Przypadki szczególne układów regulacji masy powietrza w sprężynie pneumatycznej są następujące (rys.23):

1. Sprężyna pneumatyczna bez komory sztywnej z członem całkującym (zaworem poziomującym) sterowanym względnym przemieszczeniem nadwozia i ramy wózka (natężenie przepływu przez zawór jest proporcjonalne do przemieszczenia względnego).
2. Sprężyna pneumatyczna bez komory sztywnej z członem całkującym zawierającym strefę martwą i strefę nasycenia, sterowanym względnym przemieszczeniem nadwozia i ramy wózka.
3. Sprężyna pneumatyczna z komorą sztywną i członem całkującym (zaworem poziomującym) sterowanym względnym przemieszczeniem nadwozia i ramy wózka.
4. Sprężyna pneumatyczna z komorą sztywną oraz członem całkującym zawierającym strefę martwą i strefę nasycenia, sterowanym względnym przemieszczeniem nadwozia i ramy wózka.
5. Sprężyna pneumatyczna bez komory sztywnej z dodatkowym elementem masowym w pętli sterowania członem całkującym.

Przypadek 1

Najprostszy z przypadków, pokazanych na rys. 23, jest: wtedy warunek stateczności sprowadza się do znanej z literatury postaci [5,13]:

$\tau = 0,$

$a_1 = 0,$

$a_2 = \infty,$

wtedy warunek stateczności sprowadza się do znanej z literatury postaci [5, 13]

$$\overline{K}_1 < \vartheta \quad , \qquad (106)$$

która oznacza, że układ jest stateczny tylko wtedy, gdy względne wzmocnienie członu regulacji (zaworu poziomującego) jest mniejsze od względnego tłumienia w układzie.

Przyjąwszy, że zawór ma charakterystykę dynamiczną całkową z inercją, tzn. $\tau \neq$, warunek stateczności (106) jest następujący:

$$K_1 < \frac{2\tau\vartheta\omega_z + \tau^2\omega_z^2 + 1}{(2\tau\vartheta\omega_z + 1)^2}\vartheta \quad . \qquad (107)$$

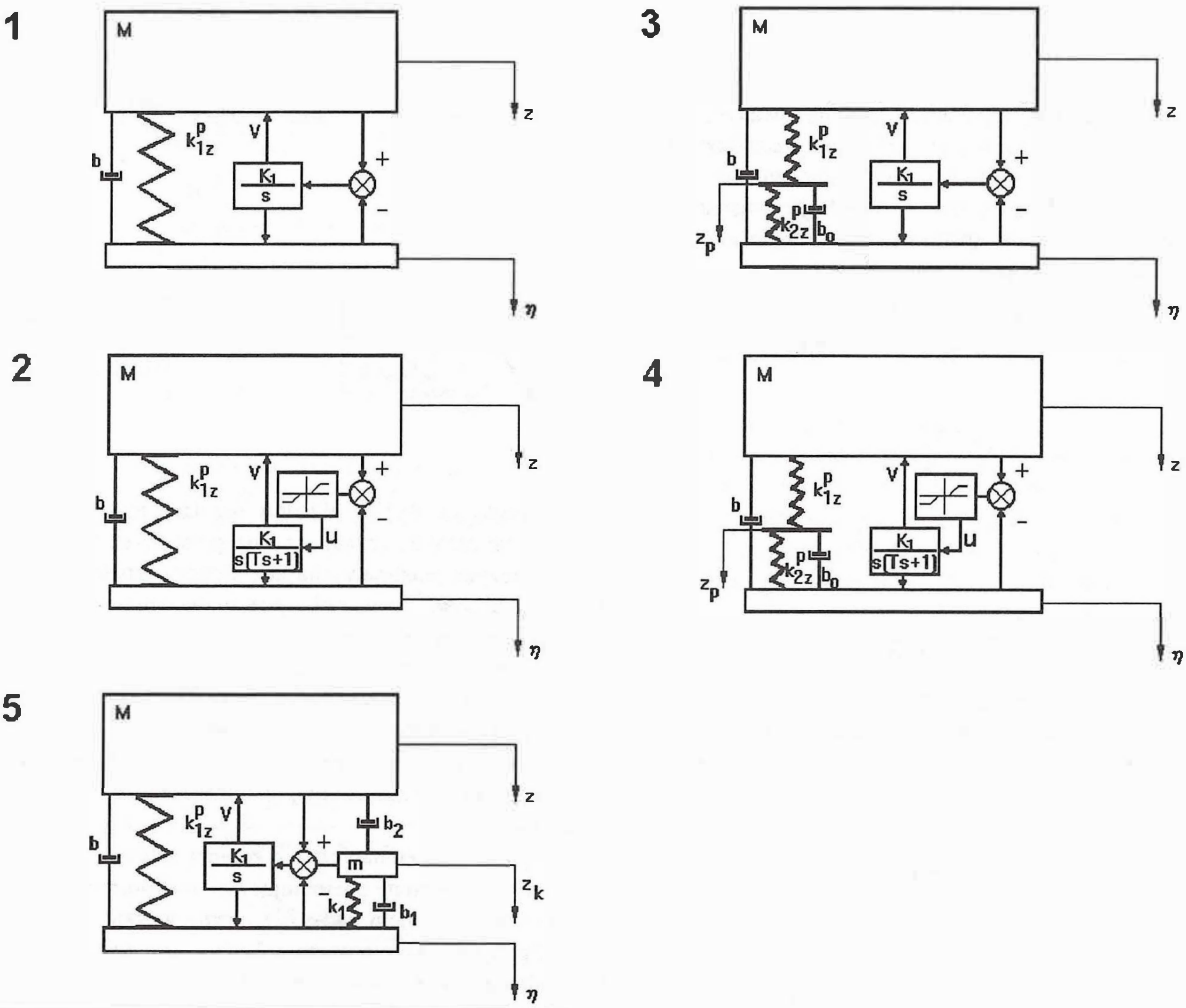
Wartość graniczną wzmocnienia członu regulacji wyznaczoną na podstawie zależności (107) pokazano na rys. 24.

Zwiększenie stateczności granicznej przez zastosowanie opóźnienia przepływu jest możliwe, gdy spełnione są warunki:

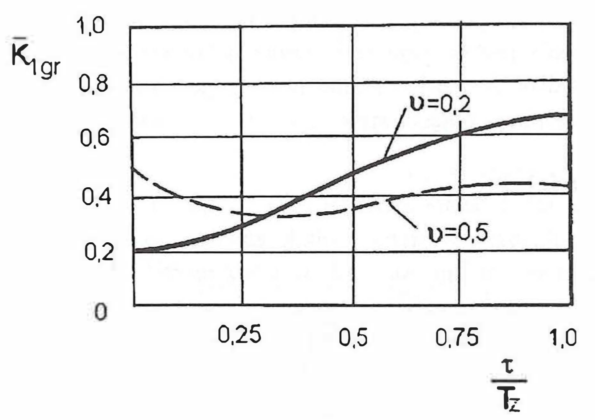
$$\vartheta < 0{,}5 \qquad (108)$$

oraz

$$\frac{\tau}{T_z} > \frac{\vartheta}{2\cdot\pi^2\cdot(1-4\cdot\vartheta^2)} \quad . \qquad (109)$$



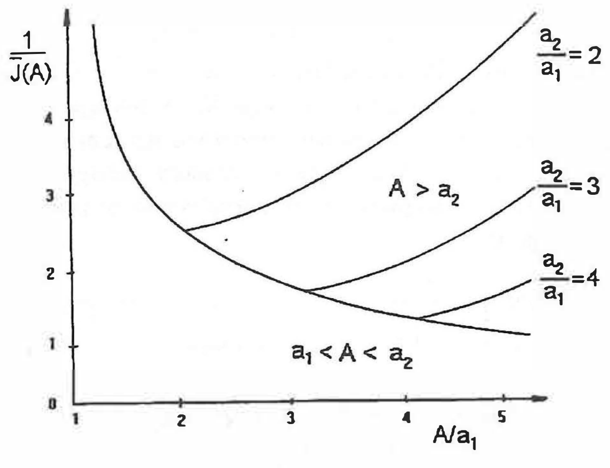
Rys.23. Przypadki szczególne układów regulacji elementarnego zawieszenia pneumatycznego.



Rys. 24. Wpływ stałej czasowej opóźnienia zaworu poziomującego na wartość graniczną wzmocnienia względnego $\bar{K}_{1gr}$ ($T_z = 2\pi/\omega_z$)

Przypadek 2

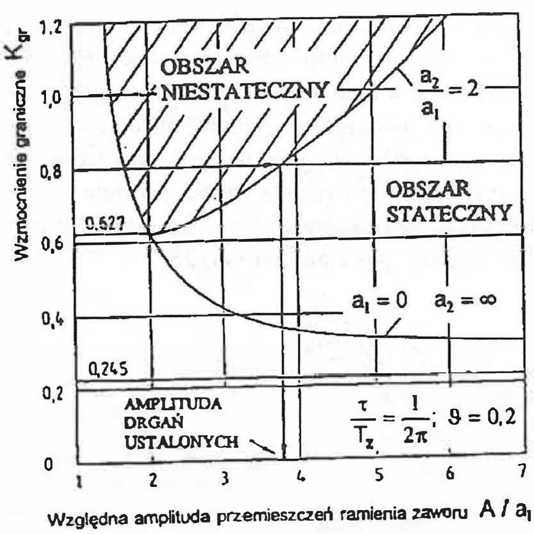
W przypadku drugim rozważono układ regulacji ze strefą martwą i strefą nasycenia wg opisu za pomocą równań (102)÷(104). Zgodnie z zależnością (98) wzmocnienie graniczne jest wprost proporcjonalne do odwrotności funkcji opisującej J_A. Na rysunku 25 pokazano przebieg odwrotności funkcji J_A w zależności od względnej amplitudy ruchu i stosunku strefy martwej do strefy nasycenia.



Rys. 25. Zależność odwrotności funkcji opisującej od amplitudy ruchu

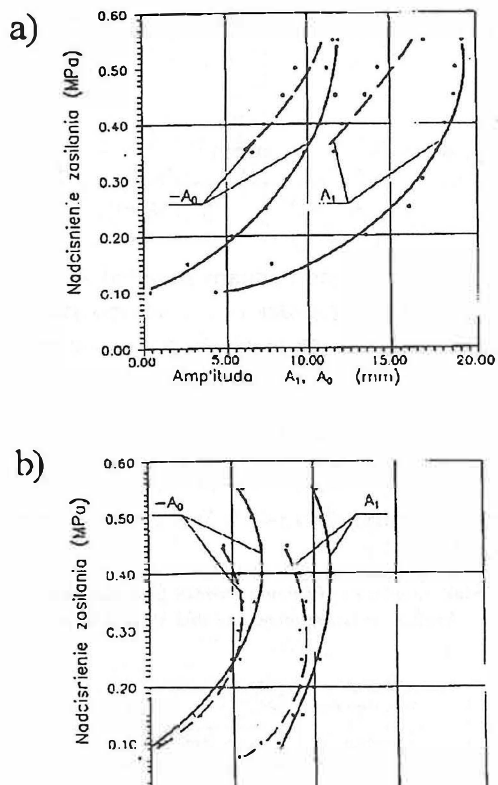
Na rysunku 26 pokazano przypadek przebiegu granicznej wartości wzmocnienia zaworu poziomującego dla wybranego stosunku zakresu strefy martwej do strefy nasycenia.

Analiza przedstawionego wykresu wskazuje na możliwość wystąpienia niestatecznej pracy układu po przekroczeniu pewnej amplitudy ruchu, jednakże w wyniku istnienia strefy nasycenia, dalszy wzrost amplitudy ruchu powoduje powrót do zakresu stateczności. Jest to przyczyną, że wzbudzenie drgań o amplitudzie leżącej w zakresie drgań niestatecznych powoduje wzrost amplitudy drgań i ustalenie jej na granicy stateczności, jak to pokazano na rys. 26. Zjawisko to badano w ramach pracy [6] i wykorzystano do ilościowej



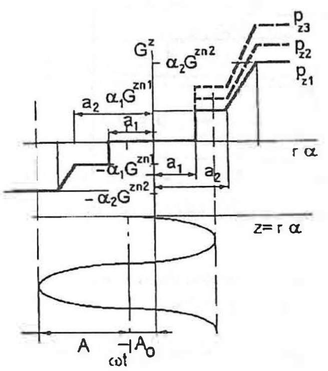
Rys. 26. Zależność granicznego wzmocnienia zaworu poziomującego od amplitudy ruchu

identyfikacji stałej czasowej opóźnienia wybranych zaworów poziomujących. Na rys.27 przedstawiono wyniki pomiaru amplitudy drgań ustalonych modelu zawieszenia pneumatycznego wyposażonego w zawór poziomujący Wabco–Westinghouse 464002. Stanowisko oraz jego główne parametry podano w załączniku do pracy [6]



Rys. 27. Amplituda drgań ustalonych A i przesunięcie położenia, wokół którego odbywają się drgania dla różnej wartości siły tarcia suchego w stanowisku pomiarowym i różnej wielkości ramienia sterującego zaworem: a) ramię r = 0,07 m, b) ramię r = 0,16 m, linia ciągła P_T = 0,88 N, linia przerywana P_T = 1,2 N (P_T – siła tarcia suchego w stanowisku pomiarowym)

Przesunięcie położenia, wokół którego odbywają się drgania, wynika z asymetrii charakterystyki przepływowej zaworu wywołanej innym stosunkiem ciśnień przy napełnianiu i opróżnianiu modelowej sprężyny pneumatycznej. Charakterystyka przepływowa jest w tym przypadku funkcją niesymetryczną. Jej uproszczoną postać, przyjętą do obliczeń oraz interpretację przesunięcia położenia, wokół którego odbywają się drgania, pokazano na rys. 28.



Rys. 28. Niesymetryczna charakterystyka przepływowa zaworu poziomującego i interpretacja przesunięcia położenia, wokół którego odbywają się drgania ustalone

W analizowanym w pracy [6] przypadku badane amplitudy ruchu mieściły się w obszarze obejmującym pierwszą strefę nasycenia (wg rys. 28.). Dla tej strefy, tzn. dla zakresu amplitud $a1 < A < a2$, równanie funkcji opisującej jest następujące:

$$J(A)=\frac{2\cdot G^{zn1}\cdot a_1}{\pi\cdot A}\left[\sqrt{1-\left(\frac{A_0-a_1}{A}\right)^2}+\alpha_1\cdot\sqrt{1-\left(\frac{A_0+a_1}{A}\right)^2}\right], \quad (110)$$

przy czym:

$$\frac{A_0}{A}=\frac{\frac{1}{2}\left(\arcsin\frac{a_1-A_0}{A}-\alpha_1\cdot\arcsin\frac{a_1+A_0}{A}\right)-\frac{\pi\cdot(1-\alpha_1)}{4}}{\sqrt{1-\left(\frac{A_0-a_1}{A}\right)^2}+\alpha_1\cdot\sqrt{1-\left(\frac{A_0+a_1}{A}\right)^2}}. \quad (111)$$

W pracy [6] dokonano pomiaru amplitud A i A_o podczas drgań na granicy stateczności i wyznaczono stałą czasową opóźnienia zaworu poziomującego na podstawie następującej zależności:

$$\tau=\frac{2\cdot J(A)\cdot K_1-\vartheta+\sqrt{\vartheta^2+\frac{J(A)\cdot K_1}{\vartheta}-1}}{\omega_z\cdot(1-4\vartheta\cdot J(A)\cdot K_1)} \quad (112)$$

Otrzymane wyniki dla zaworu Wabco–Westinghouse podano w tabeli 1

Stała czasowa opóźnienia zaworu poziomującego Wabco–Westinghouse 464 002 P_T = 0,88 N

Tabela 1.

Lp.	*Nadciśnienie zasilania* p_z	*Stała czasowa*	
		a_1 = *0,0012 r*	a_1 = *0,0027 r*
	MPa	*s*	*s*
1	*0,1*	*0,1131*	*0,0866*
2	*0,2*	*0,0759*	*0,0804*
3	*0,3*	*0,0686*	*0,0743*
4	*0,4*	*0,0654*	*0,0704*
5	*0,5*	*0,0652*	*0,0754*

Znaczenie podanych w pracy oszacowań stałej czasowej opóźnienia jest oryginalne i istotne, gdyż spotykane w literaturze dane są bardzo rozbieżne i nie jest zazwyczaj podawana definicja pojęcia stałej czasowej opóźnienia.

Przypadek 3

W układzie występuje obok zaworu poziomującego o charakterystyce liniowej całkowej bez inercji także połączona z komorą elastyczną komora sztywna. Opór pneumatyczny między komorą sztywną a elastyczną jest opisany zależnością liniową według (34). Względny współczynnik tłumienia wynikającego z oporu pneumatycznego zdefiniowano następująco:

$$\vartheta_0=\frac{b_o}{2\cdot\omega_z\cdot m}. \quad (113)$$

Warunki stateczności takiego układu określają dwie nierówności:

$$K_1<w_1, \quad (114)$$

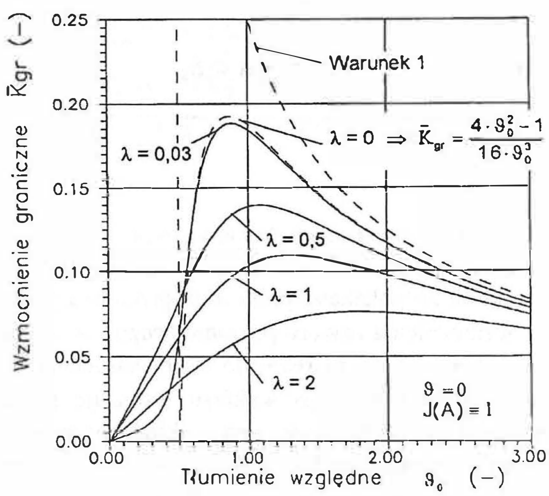
$$K_1<\frac{1}{2}\left[(w_1-w_2)+\sqrt{(w_2-w_1)^2+\frac{\lambda}{\vartheta_0}\cdot w_1}\right] \quad (115)$$

gdzie:

$$w_1=\vartheta+\frac{1}{4\cdot\vartheta_0}+\frac{\vartheta\cdot(\lambda+1)\cdot(4\vartheta\cdot\vartheta_o+\lambda+1)}{4\cdot\vartheta_0^2}, \quad (116)$$

$$w_2=\frac{\lambda+1}{\vartheta_0}\cdot\left(\vartheta+\frac{\lambda+1}{4\cdot\vartheta_0}\right)^2+\frac{\lambda}{4\cdot\vartheta_0}. \quad (117)$$

Na rysunku 29 przedstawiono przebiegi granicznego wzmocnienia zaworu poziomującego $\bar{K}_{gr}$ w funkcji względnego tłumienia ϑ_o, wywołanego liniowym oporem pneumatycznym, oraz stosunek objętości komory elastycznej do objętości komory sztywnej λ. W rozpatrywanym przypadku przyjęto, że $\vartheta = 0$.



Rys.29. Graniczne wzmocnienie zaworu poziomującego $\bar{K}_{gr}$ w funkcji tłumienia względnego ϑ_o i stosunku objętości λ.

W przypadku, gdy objętość komory sztywnej dąży do 0 (tzn. $\lambda \to \infty$ i $\vartheta_o \to \infty$), wtedy warunek 1. i 2. są tożsame z warunkiem (106). Jeżeli dławienie przepływu na oporze pneumatycznym jest znikomo małe, to $\vartheta_0 \to 0$, co oznacza, że warunek stateczności przyjmuje postać:

$$K_1 < \vartheta \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda} \quad (118)$$

W przypadku, gdy objętość komory sztywnej dąży do nieskończoności, tzn. $\lambda \to 0$, warunek stateczności jest następujący:

$$K_1 < \frac{16\vartheta_0^3 \cdot \vartheta + 4\vartheta_0^2 - 4\vartheta_0 \cdot \vartheta - 1}{16\vartheta_0^3}, \quad (119)$$

gdy $\vartheta \to 0$, upraszcza się do:

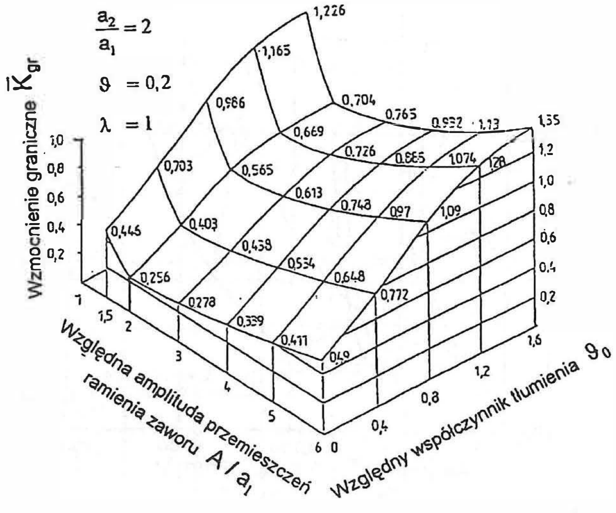
$$K_1 < \frac{4\vartheta_0^2 - 1}{16\vartheta_0^3}. \quad (120)$$

Graniczną wartość wzmocnienia $\overline{K}_{1gr}$, odpowiadającą nierówności (120) naniesiono linią przerywaną na rys. 28. Warunek ten może być spełniony tylko wtedy, gdy $\vartheta_0 > 0,5$. Rozważany przypadek ma bardzo ważny sens praktyczny. Przypadek, gdy $\lambda = 0$ odpowiada nieskończenie dużej objętości komory sztywnej, czyli bezpośredniemu połączeniu komory elastycznej z otoczeniem. Jest to więc przypadek opisujący sytuację awaryjną uszkodzenia komory elastycznej i połączenia jej z atmosferą. Nierówność (120) wskazuje, że duże uszkodzenie, określone współczynnikiem $\vartheta_0 < 0,5$, zawsze powoduje niestateczną pracę układu (wypływ powietrza do atmosfery), bez względu na wzmocnienie układu regulacji.

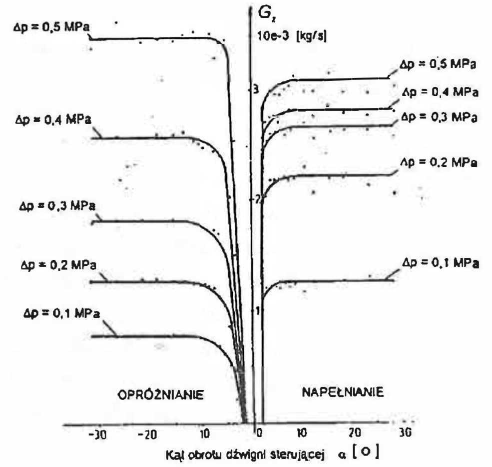
Przypadek 4

W układzie zastosowano w charakterystyce zaworu poziomującego również strefę martwą i strefę nieczułości. Analiza przypadku 3 pozostaje nadal ważna z tym, że podane kryteria (114), (115) i ich formy szczególne (118), (119) i (120) muszą po prawej stronie być podzielone przez funkcję opisującą $J(A)$, zależną od formy nieliniowości charakterystyki statycznej. Na rysunku 30 pokazano przykład zależności granicznego wzmocnienia zaworu poziomującego w funkcji współczynnika tłumienia ϑ_0 opisującego tłumienie wywołane dławieniem przepływu, oraz amplitudy ruchu odniesionej do wielkości strefy martwej w charakterystyce zaworu. Przyjęto przy tym, że zawór ma charakterystykę statyczną wg rys.22.

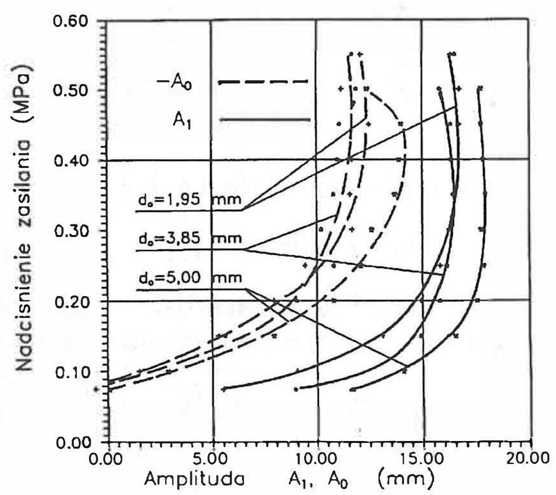
W ramach pracy [8] wykonano badania na stanowisku modelowym opisanym w artykule [6] na temat wpływu komory sztywnej i oporu pneumatycznego na stateczność układu sprężyna pneumatyczna – zawór poziomujący. W badaniach użyto zaworu poziomującego typu Knorr SV 1219, typowego dla zastosowań w budowie pojazdów szynowych. Jego zmierzoną charakterystykę przepływową pokazano na rys.31, natomiast wybrane wyniki badań w postaci zmierzonych amplitud ruchu na granicy stateczności oraz przesunięć położenia, wokół którego są wykonywane drgania przedstawiono na rys. 32 i 33. W pomiarach zmieniano objętość komory sztywnej oraz średnicę oporu pneumatycznego.



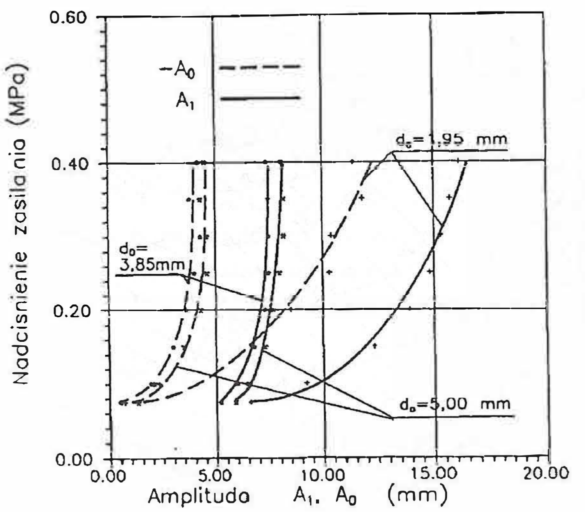
Rys. 30. Graniczne wzmocnienie zaworu poziomującego z nieliniową charakterystyką statyczną, współpracującego ze sprężyną pneumatyczną



Rys.31. Charakterystyka przepływowa zaworu poziomującego Knorr SV 1219



Rys. 32. Amplituda drgań ustalonych na granicy stateczności A oraz przesunięcie położenia, wokół którego odbywają się drgania A_0 dla układu z komorą sztywną $V_z = 0,5 \cdot 10^{-3}$ m^3 (zawór Knorr SV 1219, r = 0,07 m)



Rys. 33. Amplituda drgań ustalonych na granicy stateczności A oraz przesunięcie położenia, wokół którego odbywają się drgania A_0 dla układu z komorą sztywną $V_2 = 0{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ (zawór Knorr SV 1219, r = 0,16 m)

Przypadek 5

W układzie zastosowano dodatkowe ciało materialne połączone sprężyście z podstawą sprężyny pneumatycznej. Na ciele tym umieszczono jeden z punktów pomiarowych układu regulacji, podczas gdy drugi pozostał na nadwoziu opartym na górnym końcu sprężyny (rys. 23).
Przyjęto przy tym dla uproszczenia, że sprężyna o jednym stopniu swobody nie ma komory sztywnej oraz dodatkowe ciało materialne, pośredniczące w przekazywaniu sygnału do układu regulacji (zaworu poziomującego), także ma jeden stopień swobody. Ponadto założono, że charakterystyka zaworu poziomującego jest liniową charakterystyką całkową.

Stateczność tak zdefiniowanego układu określają dwa warunki:

$$K_1 < \vartheta + \chi\cdot\vartheta\cdot(\phi_1+\phi_2)\cdot\left[4\cdot\vartheta^2 - 4\cdot\chi\cdot\vartheta^2\cdot(\phi_1+\phi_2)+\chi^2\right]$$

oraz (121)

$$K_1 < -0{,}5\Big(4\cdot v_3^2\cdot\chi\cdot\vartheta\cdot\phi_1 - \chi^2\cdot v_3 + 2\cdot v_2 - v_1\cdot v_3\Big) + \qquad (122)$$

$$+\sqrt{\left(4\cdot v_3^2\cdot\chi\cdot\vartheta\cdot\phi_1-\chi^2\cdot v_3+2\cdot v_2-v_1\cdot v_3\right)^2-4\left(\chi^2\cdot v_3^2+v_2^2-v_1\cdot v_2\cdot v_3\right)}$$

gdzie:

$$v_1 = \chi^2 + 4\cdot\chi\cdot\vartheta^2\cdot(\phi_1+\phi_2)+1\ , \qquad (123)$$

$$v_2 = \chi\cdot\vartheta\cdot[\chi+\phi_1+\phi_2]\ , \qquad (124)$$

$$v_3 = \vartheta\cdot[\chi\cdot(\phi_1+\phi_2)+1]\ . \qquad (125)$$

W zależnościach (121)((125) użyto następujących oznaczeń:

$$\chi = \frac{\omega_k}{\omega_z};\qquad \omega_k^2 = \frac{k_{kj}}{m_k}\ , \qquad (126)$$

$$\phi_1 = \frac{\vartheta_1}{\vartheta};\qquad \vartheta_1 = \frac{b_{kj}}{2\cdot\omega_k\cdot m_k}\ , \qquad (127)$$

$$\phi_2 = \frac{\vartheta_2}{\vartheta};\qquad \vartheta_2 = \frac{b_{kj}}{2\cdot\omega_k\cdot m_k}\ . \qquad (128)$$

Interpretacja oznaczeń jest następująca:

χ – stosunek częstości własnych dodatkowego ciała materialnego do ciała zawieszonego na sprężynie pneumatycznej,

ϕ_1 – stosunek tłumienia drgań ciała dodatkowego m_k do tłumienia w zawieszeniu pneumatycznym,

ϕ_2 – stosunek tłumienia między nadwoziem na sprężynie pneumatycznej a ciałem dodatkowym do tłumienia w zawieszeniu pneumatycznym.

Za pomocą podanych wyróżników układu zdefiniowano 3 przypadki szczególne:

A – $\chi\wedge\phi_1\wedge\phi_2 = 0$, gdy ciało dodatkowe jest sztywno połączone z podstawą sprężyny;

B – $\chi > 0 \wedge \phi_1 > 0 \wedge \phi_2 = 0$, gdy tłumik jest umieszczony między podstawą sprężyny pneumatycznej a ciałem dodatkowym;

C – $\chi > 0 \wedge \phi_1 = 0 \wedge \phi_2 > 0$, gdy tłumik jest umieszczony między ciałem zawieszonym na sprężynie pneumatycznej a ciałem dodatkowym.

Na rysunku 34 przedstawiono wyznaczone na podstawie wzorów (121) i (122) graniczne wzmocnienia zaworu poziomującego dla określonych przypadków, w zależności od zastosowanych tłumień i stosunku częstotliwości własnych χ. Z wykresów tych wynika, że po wprowadzeniu dodatkowego ciała materialnego, pośredniczącego w przekazywaniu sygnału sterującego do zaworu poziomującego, uzyskuje się zwiększenie granicznej wartości wzmocnienia zaworu poziomującego.

Zastosowanie ciała pośredniczącego prowadzi jednakże do zwiększenia przenoszonych amplitud drgań wymuszonych. Transmitancja układu, w sensie stosunku przemieszczeń na górnym końcu sprężyny i jej podstawie, jest określona następująco:

$$H(\omega i) = \frac{\left[2\vartheta\delta^4 - \left(a_1 + 2\vartheta(\chi^2-1)\right)\delta^2 + a_5\right] - \left[(a_2-\chi^2)\delta^3 - a_4\delta\right]\cdot i}{\left(a_1\delta^4 - a_3\delta^2 + a_5\right) + \left(\delta^5 - a_2\delta^3 + a_4\delta\right)\cdot i} \qquad (129)$$

gdzie:

$$\delta = \frac{\omega}{\omega_z} \qquad (130)$$

oraz współczynnika a_i:

$$a_1 = 2\vartheta\left[\chi(\phi_1+\phi_2)+1+\varepsilon\cdot\phi_2\right]\ , \qquad (131)$$

$$a_2 = 4\vartheta^2(1+\varepsilon\cdot\phi_2)(\phi_1+\phi_2)\chi + \chi\omega_k + \omega_z + 4\chi\varepsilon\vartheta^2\phi_2^2\ , \qquad (132)$$

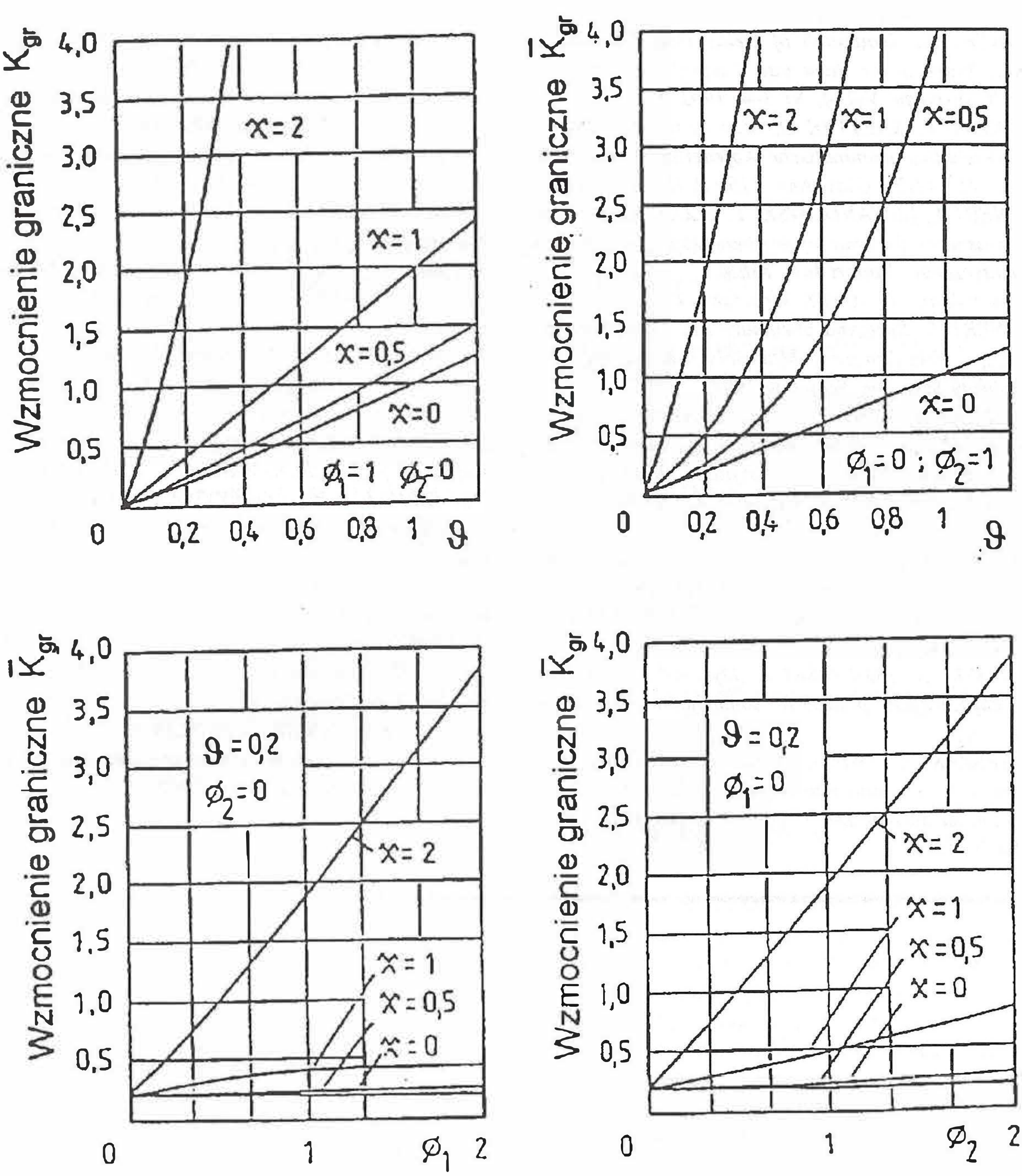
$$a_3 = 2\vartheta(1+\varepsilon\phi_2)\omega_k^2 + s\vartheta(\phi_1+\phi_2)\omega_k^2 + 2K_1\omega_z^2\ , \qquad (133)$$

$$a_4 = \omega_k^2\omega_z + 4K_1\vartheta\omega_k^2\omega_z(\phi_1+\phi_2) - 4K_1\omega_k\omega_z^2\vartheta\phi_2\ , \qquad (134)$$

$$a_5 = 2K_1\omega_z^2\omega_k^2\ . \qquad (135)$$

przy czym

$$\varepsilon = \frac{m_k}{m}\chi \qquad (136)$$



Rys. 34. Graniczne wzmocnienie zaworu poziomującego w zależności od wariantu A, B lub C oraz wartości współczynników tłumienia i stosunku częstotliwości własnych

Przedstawione wyniki pokazują, że ze względu na przenoszone amplitudy drgań najkorzystniejszym rozwiązaniem jest przypadek B dla stosunku częstotliwości własnych $\chi = 1$. Podobne rezultaty pokazał wcześniej w swojej pracy Cotterell [3].

Literatura

[1] ABERLE D., FUNK W.: Zur Optimierung von Luftfedersystemen für Schienenfahrzeuge. ZEV-Glas. Ann. 109 (1985), Nr. 4.

[2] BITTEL K.: Die Federkennlinie der Balg-Luftfeder. ATZ, Nr. 7, 1959.

[3] COTTERELL M.: Theoretical Analysis of an Active Suspension Fitted to a London Transport Bus. Stress, Vibration and Noise Analysis in Vehicles, Applied Science, London 1976.

[4] GERC E. W.: Napędy pneumatyczne – teoria i obliczanie. Warszawa, WNT, 1973.

[5] GRAJNERT J.: Die Zusammenarbeit einer Luftfeder mit einem Ausgleichventil mit nichtlinearer statischer Kennlinie.

Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn PWr., Nr 44, Seria Współpraca Nr 3, 1985.
[6] GRAJNERT J.: Evaluation of Delay Time Constant of the Leveling Valve in the Pneumatic Suspension of the Bus. Archiwum Transportu, Vol. 4, Nr 3–4, 1992
[7] GRAJNERT J., KRETTEK O.: Zur Frage der dynamischen Eigenschaften pneumatische Abfederungen mit Niveauregulung. ZEV+DET Glas. Ann. 115 (1991), Nr. 11/12.
[8] GRAJNERT J., LEWANDOWSKI T., SŁOMSKI W.: Identyfikacja własności dynamicznych elementów usprężynowania pneumatycznego. Raport Inst. KiEM, Seria Sprawozdania Nr 100/88, Wrocław 1988.
[9] GRAJNERT J.: Sprężyna pneumatyczna współpracująca z linią długą – efekt tłumienia. Materiały X Konferencji Naukowej Pojazdy Szynowe, Wrocław 1994.
[10] GRAJNERT J.: Wpływ charakterystyki zaworu poziomującego na działanie układu kompensacji sprężyny pneumatycznej. Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn PWr., Nr 48, Seria Konferencje Nr 11, 1986.
[11] HOLEJKO D., NIEWCZAS W.: Pneumatyczne urządzenia automatyki. Warszawa, Wyd. Pol. Warsz., 1986.
[12] KACZOREK T.: Teoria układów regulacji automatycznej. Warszawa, WNT, 1977.
[13] KAMIŃSKI E., POKORSKI J.: Dynamika zawieszeń i układów napędowych pojazdów samochodowych. WKiŁ, Warszawa 1983.
[14] KASPRZAK B.: Wpływ pneumatycznych łączników sprężystych w zawieszeniu nadwozia pojazdu szynowego na jego właściwości dynamiczne. Praca doktorska. Politechnika Poznańska 1975.
[15] KEIZER C. P.: Demping van luchtveren. De Ingenieur, 1960, Vol. 72, No. 14.
[16] LAMMEL L., OSIADACZ A.: Elementy pneumatyczne w automatyce. Warszawa, WNT, 1978.
[17] LAMMEL L., OSIADACZ A.: Pneumatyczne przetworniki automatyki. Warszawa, WNT, 1978.
[18] LAMMEL L., OSIADACZ A.: Sygnały pneumatyczne w automatyce. Warszawa, WNT, 1974.
[19] MARCINKOWSKI J.: Elementy usprężynowania. Cz. II. Pojazdy Szynowe, Nr 2, 1978.
[20] ODA N. NISHIMURA S.: Vibration of Air Suspension Bogies and Their Design. Bulletin of the JSME, Vol. 13, No. 55, 1970.
[21] SCHNEIDER R.: Neiko und Navigator – neuere lauftechnische Entwicklungen in der Schweiz. ZEV+DET Glas. Ann. 116 (1992) Nr. 8/9.
[22] STAWIARSKI D.: Urządzenia pneumatyczne w obrabiarkach i przyrządach. Warszawa, WNT, 1975.
[23] SZENAJCH W., KOPRZYWA J., SAWICKI L.: Pneumatyka i hydraulika maszyn technologicznych., Warszawa, Pol. Warsz., 1983.
[24] WĘSIERSKI K.: Elementy i układy pneumatyczne. Kraków, AGH 1981.
[25] WINOGRODZKI W., SKORKO J., ŻDANUK W.: Modelowanie oraz komputerowa analiza i synteza pneumatycznych układów hamulcowych pojazdów szynowych. Sprawozdanie w ramach pracy CPBP 02.19.03.36 1987.
[26] WOJNO W.: Zawieszenia pneumatyczne w pojazdach drogowych. Warszawa, WNT, 1962.