

Mgr inż. ALFRED BARON

Ośrodek Badawczo-Rozwojowy
Pojazdów Szynowych
w Poznaniu

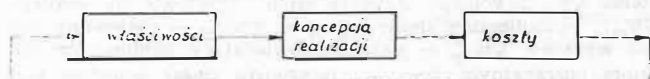
Ekonomiczne aspekty optymalizacji konstrukcji

Zaspokojenie materialnych potrzeb społecznych osiąga się jako pożądany skutek określonego działania wytworu. Posiadanie wytworu w pełni zaspokaja społeczne potrzeby tylko wtedy, jeżeli skutki jego działania pokrywają się całkowicie z oczekiwanymi. Ten sam skutek może być osiągnięty przez zastosowanie różnych konstrukcji. Ta sama potrzeba może być zaspokojona za pomocą nieograniczenie różnych środków technicznych, a zatem przy różnych nakładach pracy żywej i uprzedmiotowanej.

Proces projektowania jest poprzedzony rozpoznaniem potrzeb umożliwiającym określenie oczekiwanych skutków działania pożądanego środka technicznego.

Sformułowanie tych potrzeb polega na sprecyzowaniu właściwości wytworu wyrażonych jego cechami technicznymi, użytkowymi i estetycznymi. Tak jak każda potrzeba może być tylko zaspokojona w ramach dysponowanych środków ekonomicznych, tak już na etapie ustalenia wytycznych do projektowania muszą być brane pod uwagę relacje wiążące ze sobą właściwości i koszty. Ostatecznie przyjęte do projektowania założone właściwości wytworu będą ściśle uzależnione od nakładów finansowych przeznaczonych na zaspokojenie potrzeb społecznych.

Proces określenia właściwości, kosztów wytwarzania i eksploatacji wytworu na etapie studiów i założeń jest procesem o sprzężeniu zwrotnym.



Rys. 1. Określenie właściwości, kosztów wytwarzania i eksploatacji wytworu na etapie studiów i założeń.

Po ostatecznym ustaleniu wymagań dotyczących oczekiwanych właściwości i kosztów środka technicznego, zadaniem projektanta jest opracowanie konstrukcji o takich cechach konstrukcyjnych, która zapewniłaby osiągnięcie oczekiwanych skutków, przy minimalnych kosztach lub maksymalnych skutkach przy określonych środkach.

Zadanie to stanowi istotę procesu optymalizacji konstrukcji i w formie matematycznej wyraża się następującym wzorem:

$$\varepsilon = \frac{S}{K} = \max \quad (1)$$

gdzie:

S — skutek działania wytworu

K — koszty wytwarzania i eksploatacji za cały okres użytkowania wytworu

ε — efektywność ekonomiczna wytworu

Ponieważ zarówno skutki działania jak i koszty są funkcją cech konstrukcyjnych wytworu, to możemy napisać:

$$\varepsilon = \frac{S(C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n)}{(C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n)} = \max \quad (2)$$

Optymalizacja danej cechy konstrukcyjnej C_i polega na rozwiązaniu względem C_i równania różniczkowego

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial C_i} = 0 \quad (3)$$

różniczkując równanie (2) otrzymamy

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial C_i} = \frac{1}{K} \frac{\partial S}{\partial C_i} - \frac{S}{K^2} \frac{\partial K}{\partial C_i} = 0 \quad (4)$$

przechodząc od pochodnych cząstkowych do różniczek cząstkowych:

$$d_{C_i} S = \frac{\partial S}{\partial C_i} dC_i \quad (5)$$

$$dC_i K = \frac{\partial K}{\partial C_i} dC_i$$

i podstawiając (5) w (4)

$$\frac{K}{S} d_{C_i} S = d_{C_i} K \quad (6)$$

Założmy, że skutkiem działania określonego wytworu jest wykonywanie pracy T_1 a koszty wynoszą K_1 . Rozważmy celowość konstrukcyjnego przedsięwzięcia zmierzającego do zwiększenia wykonywanej pracy o wartość ΔT , przy czym koszty wzrastają o ΔK .

Jak wykazano wyżej miarą oceny winna być efektywność ekonomiczna wytworu.

Przedsięwzięcie będzie ekonomicznie uzasadnione jeżeli:

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1 \text{ tj. } \frac{T_2}{K_2} > \frac{T_1}{K_1}$$

Tak jak:

$$T_2 = T_1 + \Delta T$$

$$K_2 = K_1 + \Delta K$$

To

$$\frac{T_1 + \Delta T}{K_1 + \Delta K} > \frac{T_1}{K_1}$$

przekształcając:

$$\frac{T_1 + \Delta T}{T_1} > \frac{K_1 + \Delta K}{K_1}$$

$$\frac{\Delta T}{T_1} > \frac{\Delta K}{K_1} \quad (7)$$

i ostatecznie

$$\frac{K_1}{T_1} \Delta T > \Delta K \quad (8)$$

Przedsięwzięcie konstrukcyjne jest celowe dopóki zysk wynikający ze wzrostu pracy $\frac{K_1}{T_1} \cdot \Delta T$ będzie większy od wzrostu kosztów ΔK .

(Wzór (6) jest granicą wzoru (8).)

Rozważmy przykład optymalizacji konstrukcji belki wysięgnikowej, której zadaniem jest przenoszenie momentu M , przy czym siła P jest równoległa do ścianki s i przyłożona w punkcie a na odległości l od ścianki.

Założony skutek działania belki może być osiągany przez zastosowanie niezliczonej liczby postaci konstrukcji.

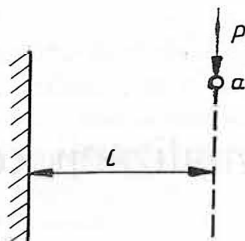
Jeżeli kryterium optymalizacji jest ciężar belki to wówczas ze zbioru możliwych rozwiązań konstrukcyjnych należy wybrać to rozwiązanie, które zapewnia maksymalny stosunek momentu do ciężaru tj.

$$\frac{M}{Q} = \max$$

gdzie:

Q — ciężar belki

Rys. 2. Optymalizacja konstrukcji belki wysięgnikowej przenoszącej moment MP — siła równoległa do ścianki S , a — punkt przyłożenia siły, l — odległość punktu przyłożenia siły od ścianki S .



Warunek ten spełni ta konstrukcja, która zapewnia osiągnięcie dopuszczalnych i jednakowych naprężeń w każdym punkcie materiału konstrukcji i wykonana jest z tworzywa o maksymalnych wartościach

$$\frac{\sigma_d}{\gamma} \text{ i } \frac{E}{\gamma} \text{ (dla elementów narażonych na utratę stateczności)}$$

gdzie:

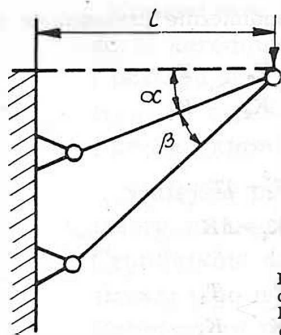
γ — ciężar właściwy tworzywa

σ_d — naprężenie dopuszczalne tworzywa

Jeżeli moment jest wielkością zadaną to problem optymalizacji sprowadza się do minimalizacji ciężaru tj. do osiągnięcia $Q = Q_{min}$.

W praktyce problem optymalizacji ogranicza się do wyboru postaci konstrukcji w oparciu o doświadczenie i ogólne rozważania dotyczące obciążeń konstrukcji a następnie do optymalizacji jednej lub kilku najważniejszych cech geometrycznych.

Jeżeli np. dla rozważonego przykładu wybrano postać konstrukcji przedstawioną na rys. 3 to po założeniu materiału i rodzaju prętów (rura, ceownik itp.) zadaniem opty-



Rys. 3. Przykład konstrukcji, w której wybór wielkości α i β zadecyduje o ciężarze konstrukcji.

tymalizacji konstrukcji będzie wybranie takich kątów α , β , żeby zapewnić minimalne przekroje prętów a zatem i minimalny ciężar konstrukcji.

Zadanie to może być rozwiązane poprzez rozwiązanie układu równań różniczkowych i określenia minimum funkcji $Q(\alpha, \beta)$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0$$

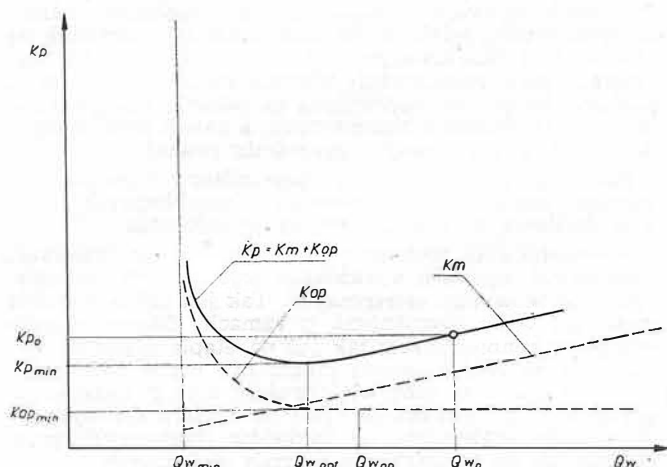
Całkowita optymalizacja konstrukcji polegająca na wyborze rozwiązania zapewniającego minimalny ciężar ze zbioru wszystkich możliwych rozwiązań jest praktycznie bardzo trudna i jednocześnie niecelowa. Łatwo można zauważyć, że taka konstrukcja byłaby bardzo kosztowna z punktu widzenia osiągnięcia celu przy minimalnych nakładach — daleka od optymalnej. Nawet w konstrukcjach, gdzie minimalizacja ciężaru odgrywa olbrzymią rolę, nie dąży się do całkowitej optymalizacji ciężarowej konstrukcji.

Z praktyki wiadomo, że jeżeli wytwór posiada duże rezerwy materiałowe, to obniżenie ciężaru konstrukcji początkowo wpływa na zmniejszenie kosztów produkcji, a od pewnego momentu dalsze obniżenie ciężaru powoduje ich wzrost. Tłumaczy się to tym, że początkowo zmniejszają się koszty materiałowe przy stałych lub nieznacznie zmniejszających się kosztach operacyjnych a od pewnego ciężaru koszty operacyjne wzrastają szybciej niż maleją koszty materiałowe.

Na rys. 4 pokazano w postaci wykresu typowy dla środków technicznych charakter zależności kosztów wytwarzania od ciężaru wytworu.

Do przeprowadzenia analizy ciężarowej konstrukcji celowe jest wyróżnienie charakterystycznych ciężarów i ich składowych. Przyjmując jako podstawę zależność kosztów produkcji od ciężaru wytworu (rys. 4) wyodrębniamy następujące charakterystyczne ciężary:

1. Ciężar minimalny $Q_{w_{min}}$ — tj. najmniejszy ciężar jaki jest z punktu widzenia teoretycznego konieczny dla realizacji oczekiwanego skutku. Poniżej tego ciężaru żadna konstrukcja nie spełni stawianych wymagań. Praktycznie wielkość ta jest granicą nieosiągalną. Koszty realizacji wytworu o ciężarze minimalnym byłyby nieskończenie wielkie.



Rys. 4. Zależność kosztów produkcji od ciężaru wytworu (K_p — koszty produkcji (z uwzględnieniem kosztów prac badawczo-rozwojowych i wdrożeniowych), K_m — koszty materiałowe, K_{op} — koszty operacyjne (koszty produkcji bez kosztów materiałowych), K_{p0} — koszty odpowiadające ciężarowi rzeczywistemu Q_{w0} dowolnego wytworu (stan wyjściowy dla analizy), $Q_{w_{min}}$ — minimalny ciężar wytworu, $Q_{w_{opt}}$ — optymalny ciężar wytworu, $Q_{w_{op}}$ — ciężar odpowiadający minimalnym kosztom operacyjnym, Q_{w0} — rzeczywisty ciężar dowolnie wybranego wytworu).

2. Ciężar optymalny $Q_{w_{opt}}$ — tj. ciężar wytworu spełniającego oczekiwane skutki przy minimalnych kosztach produkcji

$$\text{dla } Q_w = Q_{w_{opt}} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial Q_w} = 0$$

3. Ciężar rzeczywisty wytworu Q_{w0}

4. Dodatkowy ciężar celowy wytworu

$$\Delta Q_{w_c} \cdot c = Q_{w_{opt}} - Q_{w_{min}}$$

Jest to ciężar martwy z punktu widzenia konstrukcyjnego wykorzystania materiału a niezbędny dla osiągnięcia minimalnych kosztów produkcyjnych.

5. Ciężar nadmiarowy wytworu

$$\Delta Q_{w_n} \cdot n = Q_{w0} - Q_{w_{opt}}$$

Jest to ciężar zbędny zarówno z punktu widzenia konstrukcyjnego jak i kosztów produkcji.

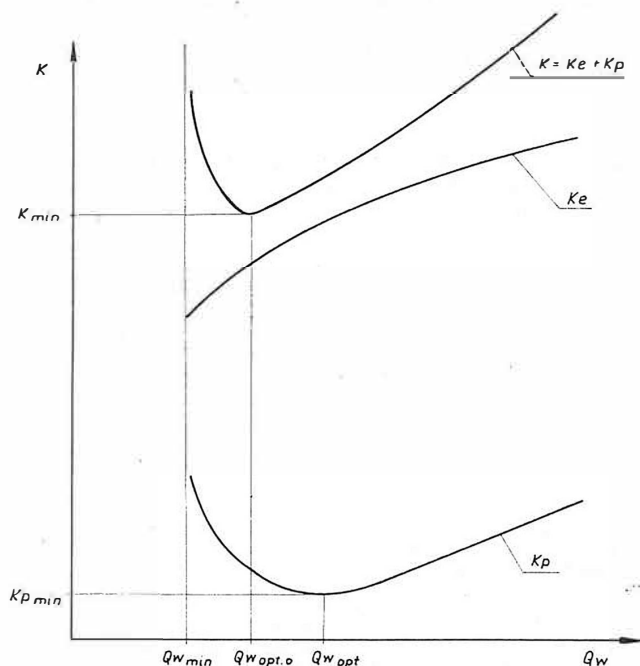
Rozpatrując zagadnienie optymalizacji ciężarowej konstrukcji jako problem wyboru najlepszego rozwiązania konstrukcyjnego ze zbioru niezliczonej ilości rozwiązań, dochodzimy do wniosku, że bez uwzględnienia kryterium kosztów rozwiązanie problemu jest niecelowe. W praktyce optymalizując konstrukcję pod względem ciężarowym ograniczamy się do rozpatrzenia kilku wariantów rozwiązań i optymalizacji tylko niektórych ważniejszych cech konstrukcyjnych zakładając w milczeniu, że zmiany kosz-

tów będą się kształtowały pozytywnie lub przeprowadzamy uproszczoną ocenę ekonomiczną rozpatrywanych wariantów. Praktyka taka nie uwzględniająca w dostatecznym stopniu czynnika ekonomicznego i stawiająca sobie za cel osiągnięcie ciężaru minimalnego, nie rozwiązuje problemu osiągnięcia ciężaru optymalnego wytworu.

Każdy wytwór o optymalnym ciężarze jako warunek konieczny wymaga dodatkowej masy celowej. Jest to niezbędne dla umożliwienia lub uproszczenia procesów wytwarzania i obniżenia kosztów produkcji. Bez tej masy wykonanie wytworu byłoby praktycznie nierealne. Im poziom wytwarzania jest wyższy tym wielkość dodatkowego ciężaru celowego jest mniejsza.

Ciężar nadmiarowy wytworu jest zbędny zarówno z punktu widzenia technicznego jak i ekonomicznego.

Można wyróżnić dwie umowne części tego ciężaru. Zmniejszenie ciężaru wytworu o pierwszą część nie powoduje poważniejszych zmian technologii, a zatem i wzrostu kosztów operacyjnych, natomiast dalsze zmniejszenie o drugą część wymaga wprowadzenia nowych kosztowniej-



Rys. 5. Zależność kosztów ogólnych od ciężaru (K — koszty ogólne, K_e — koszty eksploatacji, K_p — koszty produkcji).

szych metod wytwarzania, przy czym ogólne koszty produkcji dzięki obniżce kosztów materiałowych nadal maleją.

Wielkość ciężaru nadmiarowego, szczególnie pierwszej części, jest świadectwem pracy konstruktorów. Likwidowanie tego ciężaru powinno głównie należeć do domeny działalności konstruktora.

Dodatkowy ciężar celowy stanowi miarę poziomu technologicznego. Im niższy poziom technologiczny tym większy jest ciężar optymalny wytworu. Dopiero w połączeniu z wysokim poziomem wytwarzania optymalny ciężar wytworu stanowi o jego wysokich właściwościach ciężarowych. Staje się zrozumiałe, że wpływ na ciężar projektowanych wytworów mają nie tylko konstruktorzy, ale po-

średnio lub bezpośrednio wszyscy, którzy wpływają na procesy wytwarzania i kształtowania się kosztów produkcyjnych.

Problem optymalizacji ciężaru staje się jeszcze bardziej złożony, jeżeli rozpatrywany wytwór jest pojazdem lub elementem pojazdu. Wtedy bowiem ciężar wpływa nie tylko na koszty produkcji ale i na koszty eksploatacji.

Na rys. 5 pokazano prawdopodobny charakter zależności kosztów ogólnych zaspokojenia potrzeb od ciężaru środka technicznego (pojazdu) zaspokajającego te potrzeby.

Przez koszty ogólne należy rozumieć łączne koszty produkcji i eksploatacji za cały okres użytkowania środka technicznego, tj. od momentu wyprodukowania do momentu wycofania z eksploatacji.

Optymalny ciężar wytworu zależy od przyjętego kryterium kosztów. Jak widać z rys. 5 optymalny ciężar z punktu widzenia kosztów ogólnych $Q_{w_{opt.o}}$ jest mniejszy od optymalnego ciężaru z punktu widzenia kosztów produkcji $Q_{w_{opt.p}}$. Stąd wniosek, że dodatkowy ciężar celowy będzie mniejszy dla wytworu będącego elementem pojazdu niż dla tego samego wytworu pracującego stacjonarnie. Im bardziej ciężar wpływa na koszty eksploatacyjne tym bardziej ciężar optymalny zbliża się do minimalnego.

Zakładając niezmiennosć skutków działania wytworu tj. $S = \text{const}$, obniżenie ciężaru jest celowe dopóki wzrost kosztów produkcyjnych jest mniejszy od obniżki kosztów eksploatacyjnych. Można to wyrazić następującym wzorem:

$$\frac{\partial K_p}{\partial Q_w} \leq \frac{\partial K_e}{\partial Q_w}$$

lub

$$\frac{\partial K}{\partial Q_w} \leq 0$$

Optymalny ciężar otrzymujemy przy $\frac{\partial K}{\partial Q_w} = 0$, co w

założeniu, że $S = \text{const}$ jest jednoznaczne z $\frac{\partial \varepsilon}{\partial Q} = 0$.

Jeżeli ze zmianą ciężaru zmieniają się oczekiwane skutki działania wytworu $S = S(Q_w)$, co najczęściej ma miejsce w pojazdach — np. na skutek zmniejszenia ciężaru zwiększa się wielkość przewożonego ładunku, pasażerów itp. — to wtedy podstawą do ustalenia optymalnego ciężaru jest równanie (6), które może być przepisane w następującej postaci.

$$\frac{\partial K}{\partial Q_w} = \frac{K}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial Q}$$

a obniżenie ciężaru jest celowe dopóki, zgodnie z równaniem (8)

$$K < \frac{K}{S} \Delta S$$

Przedstawiony powyżej, ogólny sposób podejścia do optymalizacji ciężaru konstrukcji jest również typowy dla optymalizacji innych własności konstrukcyjnych wyrobów. Dla pojazdów oprócz ciężaru istotna jest optymalizacja wielkości jego oporów. Optymalizacja ciężaru i oporów przy jednoczesnym zapewnieniu osiągnięcia założonych skutków stanowi podstawową istotę optymalizacji konstrukcji wszelkich szybkich pojazdów.

Z powyższych rozważań należy wnioskować, że w procesie projektowo-konstrukcyjnym kryterium kosztów powinno stanowić zasadnicze kryterium optymalizacji konstrukcji.